

## LEIBNIZ E A ARITMÉTICA BINÁRIA

Frederico José Andries Lopes  
Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT – Brasil

(aceito para publicação em julho de 2011)

### Resumo

Apresentamos uma tradução de *Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères 0 et 1, avec des remarques sur son utilité, et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohi*, de G. W. Leibniz (1646-1716), publicado nas *Mémoires de l'Académie des Sciences* de 1703, e considerado o artigo fundador da moderna Ciência da Computação.

**Palavras-chave:** Tradução, Leibniz, numeração binária.

### [LEIBNIZ AND THE BINARY ARITHMETIC]

### Abstract

We present a translation of *Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères 0 et 1, avec des remarques sur son utilité, et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohi*, by G. W. Leibniz (1646-1716), issued in the *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1703, and considered the founding article of the modern Computer Science.

**Keywords:** Translation, Leibniz, binary numbers.

## 1. Introdução

Certamente o conhecido filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) não poderia imaginar que um artigo seu, escrito e publicado em um periódico científico francês de 1703, viesse a ter um impacto tão profundo e duradouro na sociedade dos séculos seguintes.

Mais do que toda sua filosofia, mais do que sua *Monadologia*, que tanto prezava, seu *Explication de l'arithmétique binaire* apresenta de forma simples e vibrante as bases da moderna Ciência da Computação, do funcionamento dos computadores digitais e dos onipresentes telefones celulares.

Escrito como reação a cartas que trocava com o missionário francês Joachim Bouvet (1656-1730), então residente em Pequim, esse artigo trata não só da possibilidade de representar e operar com números escritos apenas com os algarismos 0 e 1, como também faz alusões a questões filosóficas caras a Leibniz, principalmente à sua longamente planejada *Characteristica Universalis*. Estudiosos e praticantes do I Ching encontrarão também aqui o início da longa e frutífera relação entre o Ocidente e esse monumento literário e filosófico oriental.

O artigo apareceu originalmente nas *Memoires de l'Académie Royale des Sciences* em 1703. Para a presente tradução, utilizamos uma cópia fac-simile das páginas 223 a 227 dos *Leibnizens mathematische Schriften*, editados por C. I. Gerhardt e publicados em Halle, em 1859, disponíveis em <http://www.archive.org/details/leibnizensmathe12leibgoog>.

As tabelas que se encontram no artigo foram dispostas aqui aproximadamente como lá se encontram. Acrescentamos notas de rodapé para facilitar e contextualizar a leitura do texto.

Agradecemos a Fernando L. B. G. Sousa, mantenedor do site <http://www.leibnizbrasil.pro.br>, pela ajuda no esclarecimento de vários pontos menos claros e por diversas sugestões na tradução.



Assim estabelecida, essa expressão de números serve para fazer muito facilmente todos os tipos de operações.

|                                |  |   |  |
|--------------------------------|--|---|--|
| Para a adição<br>por exemplo ☽ | $\begin{array}{r l} 110 & 7 \\ 111 & 6 \\ \hline 1101 & 13 \end{array}$          | $\begin{array}{r l} 101 & 5 \\ 1011 & 11 \\ \hline 10000 & 16 \end{array}$      | $\begin{array}{r l} 1110 & 14 \\ 10001 & 17 \\ \hline 11111 & 31 \end{array}$      |
| Para a subtração               | $\begin{array}{r l} 1101 & 13 \\ 111 & 7 \\ \hline 110 & 6 \end{array}$          | $\begin{array}{r l} 10000 & 16 \\ 1011 & 11 \\ \hline 101 & 5 \end{array}$      | $\begin{array}{r l} 11111 & 31 \\ 10001 & 17 \\ \hline 1110 & 14 \end{array}$      |
| Para a multiplicação ☉         | $\begin{array}{r l} 11 & 3 \\ 11 & 3 \\ \hline 11 & \\ 1001 & 9 \end{array}$     | $\begin{array}{r l} 101 & 5 \\ 11 & 3 \\ \hline 101 & \\ 1111 & 15 \end{array}$ | $\begin{array}{r l} 101 & 5 \\ 101 & 5 \\ \hline 1010 & \\ 11001 & 25 \end{array}$ |
| Para a divisão                 | $\begin{array}{r l} 15 & 1111101 & 5 \\ 3 & 1111 & \\ \hline & 11 & \end{array}$ |   |  |

E todas essas operações são tão fáceis que não há a necessidade de se testar ou adivinhar nada, como é preciso fazer na divisão ordinária. Não é necessário decorar nada aqui, como se faz no cálculo ordinário, em que é preciso saber, por exemplo, que 6 e 7 tomados juntos fazem 13, e que 5 multiplicado por 3 dá 15, seguindo a Tábua de uma vez um é um, chamada Pitagórica. Mas aqui tudo isso de verifica e se prova de princípio, como se vê nos

exemplos precedentes sob os signos ☽ e ☉.

No entanto, não recomendo essa maneira de contar, introduzi-la no lugar da prática ordinária por dez, porque já estamos acostumados a ela, e não há a necessidade de aprender aquilo que já se sabe de cor; também a prática por dez é mais abreviada, e os números nela são menos longos. E se estivessemos acostumados a avançar por doze ou por dezesseis, haveria ainda mais vantagem. Mas o cálculo por dois, ou seja, por 0 e 1, em compensação ao seu tamanho, é o mais fundamental para a ciência, e proporciona novas descobertas, que se mostram úteis, tanto para a prática dos números, quanto sobretudo para a geometria, e a razão para isso é que os números, reduzidos aos princípios mais simples, como 0 e 1, fariam aparecer em todos os lugares uma ordem maravilhosa. Por exemplo, na própria Tábua dos Números, vê-se em cada coluna reinar períodos que sempre recomeçam. Na primeira coluna é 01, na segunda é 0011, na terceira é 00001111, na quarta 0000000011111111, e assim em diante. Foram colocados pequenos zeros na Tábua para completar o vazio no começo de cada coluna, e por melhor marcar seus períodos. Também foram traçadas linhas, mostrando que o que essas linhas contêm se repete sempre. E se percebe ainda que os números quadrados, cúbicos e de outras potências, e também os números triangulares, piramidais e outros números figurados têm também períodos semelhantes, de maneira que suas tabelas podem ser escritas imediatamente, sem cálculo. E esta prolixidade inicial, que

proporciona então um meio de poupar o cálculo e de ir ao infinito por regra, é infinitamente vantajosa.

O que há de surpreendente nesse cálculo é que essa aritmética de 0 e 1 contém o mistério das linhas de um antigo rei e filósofo chamado Fuxi<sup>2</sup>, que se crê ter vivido há mais de quatro mil anos, e que os chineses veem como fundador de seu império e de suas ciências. Há várias figuras lineares a ele atribuídas que se relacionam todas a essa aritmética; mas basta apresentar aqui a figura de oito Cova<sup>3</sup>, como se chama, tida como fundamental, e a ela acrescentar a explicação que é óbvia, desde que se note primeiro que uma linha inteira — significa a unidade ou 1, e em segundo que uma linha quebrada — significa o zero ou 0.

|  |     |     |   |
|--|-----|-----|---|
|  | 000 | 0   | 0 |
|  | 001 | 1   | 1 |
|  | 010 | 10  | 2 |
|  | 011 | 11  | 3 |
|  | 100 | 100 | 4 |
|  | 101 | 101 | 5 |
|  | 110 | 110 | 6 |
|  | 111 | 111 | 7 |

Os chineses perderam a significação dos Cova ou lineações de Fuxi talvez há mais de um milênio; eles têm feito comentários sobre elas procurando encontrar não sei quais sentidos distantes, de maneira que foi necessário que a verdadeira explicação agora lhes venha dos europeus.. Eis como: há não mais que dois anos, enviei ao Rev. Pe. Bouvet<sup>4</sup>, célebre jesuíta francês que mora em Pequim, minha maneira de contar por 0 e 1, o que foi o suficiente para fazê-lo reconhecer que essa é a chave das figuras de Fuxi. Então, escrevendo-me em 14 de novembro de 1701, me enviou a grande figura desse príncipe filósofo que chega a 64, o que não deixa mais dúvida sobre a verdade de nossa interpretação. Assim pode-se dizer que esse padre decifrou o enigma de Fuxi com a ajuda do que lhe comuniquei. E como essas figuras são talvez o mais antigo monumento de ciência que há no mundo, essa restituição de seu sentido, depois de um tão grande intervalo de tempo, parece ainda mais curiosa.

A concordância das figuras de Fuxi com minha Tábua de Números é melhor percebida quando na tabela são supridos os zeros iniciais, que parecem supérfluos, mas que servem para marcar melhor o período da coluna, como de fato os acrescentei com pequenos círculos<sup>5</sup> para distingui-los dos zeros essenciais, e esse acordo me faz ter uma elevada opinião sobre a profundidade das meditações de Fuxi, pois o que agora nos parece fácil não o era de modo algum naqueles tempos distantes. A aritmética binária ou diádica é, com

<sup>2</sup> Fuxi (~2.900 a.C.) é uma figura semi-lendária chinesa, reputado como o criador da pesca, da escrita e do I Ching.

<sup>3</sup> O conjunto desses oito trigramas é chamado de Ba Gua, a base dos 64 hexagramas do I Ching.

<sup>4</sup> Joachim Bouvet (1656-1730), missionário jesuíta francês. Bouvet e Leibniz se corresponderam entre 1697 e 1707.

<sup>5</sup> Esses pequenos círculos devem ter figurado nos manuscritos originais de Leibniz, e não aparecem no artigo impresso, como podemos perceber.

efeito, muito fácil hoje em dia, por pouco que nela se pense, porque nossa maneira de contar a ajuda muito, da qual parece que retiramos apenas o excesso. Mas essa aritmética ordinária por dez não parece tão antiga; pelo menos os Gregos e os Romanos a ignoravam e foram privados de suas vantagens. Parece que a Europa deve sua introdução a Gerbert, feito papa com o nome Silvestre II, que a herdou dos Mouros da Espanha.

Como se crê na China, Fuxi é ainda autor dos caracteres chineses, ainda que bastante alterados pelo andar do tempo; seu ensaio de aritmética faz pensar que ele poderia ainda descobrir algo de importante em relação aos números e às ideias, se se pudesse trazer à tona o fundamento da escrita chinesa, ainda mais que na China se acredita, que ele teve consideração com os números quando os estabeleceu. O Rev. Pe. Bouvet está fortemente inclinado a perseguir esse ponto, e é bem capaz de o conseguir. No entanto, não sei se ele teve alguma vez com a escrita chinesa uma vantagem próxima daquela que deve haver necessariamente com uma Característica<sup>6</sup> que projeto. Que todo raciocínio que se pode tirar das noções poderia ser tirado de seus caracteres através de um cálculo, o que seria um dos mais importantes meios de ajudar o espírito humano.

\* \* \*

### Bibliografia

JEUGE-MAYNART, Isabelle (ed.). *Le Multimédia Petit Larousse 2010*. Paris: Éditions Larousse, 2010.

LEIBNIZ, G. W. *Leibnizens mathematische Schriften*. C. I. Gerhardt (ed.), in *Leibnizens gesammelte Werke*. G. H. Pertz (ed.). H. W. Schmidt: Halle, 1859. Disponível em <http://www.archive.org/details/leibnizensmathe06leibgoog>. Consultado em 05/01/2011.

Sites consultados:

<http://www.leibniz-translations.com>. Mantido por Lloyd Strickland.

<http://www.leibnizbrasil.pro.br>. Mantido por Fernando L. B. G. Sousa.

**Frederico José Andries Lopes**  
Departamento de Matemática – UFMT – Cuiabá -  
Brasil

**E-mail:** [frelopes@gmail.com](mailto:frelopes@gmail.com)

---

<sup>6</sup> Leibniz se refere à *Characteristica Universalis*, um conceito recorrente em sua obra. É comumente pensada como uma linguagem formal universal na qual seriam expressos conceitos matemáticos, científicos e metafísicos.