

**PRÉ-HISTÓRIA DA SIMETRIA  
POLIEDROS, SUBESFEROIDES, ESFEROIDES E BOLAS**

Manoel de Campos Almeida  
*PUCPR – UFPR (Emeriti) – Brasil*

(aceito para publicação em março de 2024)

**Resumo**

Poliedros, subesferoides esferoides e bolas (PSEB) são enigmáticas bolas de pedra do Paleolítico, cujas funções, se utilitárias, sociais ou ideológicas/simbólicas, são objeto presentemente de intenso debate, embora sua tradição se estenda por mais de 2 Ma. Investigaremos suas funções, tipologia, neurologia, artífices e se intencionalmente produzidas. Sua simetria esférica, conjuntamente com a vertical, são os primeiros exemplos do emprego de um conceito matemático por hominídeos, sendo a esférica a mais antiga.

**Palavras-chave:** Matemática, História, Simetria, Origens.

**[PREHISTORY OF SYMMETRY  
POLYHEDRONS, SUB-SPHEROIDS, SPHEROIDS, AND BOLAS]**

**Abstract**

Polyhedra, sub-spheroids, spheroids and balls (PSEB) are enigmatic stone balls from the Paleolithic, whose functions, whether utilitarian, social, or ideological/symbolic, are currently the subject of intense debate, although their tradition extends over 2 Ma. We will investigate their functions, typology, neurology, craftsmen, and whether intentionally produced. Its spherical symmetry, together with the vertical symmetry, are the first examples of the use of a mathematical concept by hominoids, the spherical being the oldest.

**Keywords:** Mathematics, History, Symmetry, Origins.

## Introdução

Bolas de pedra, itens tipicamente denominados de poliedros, sub-esferoides, esferoides e bolas (PSEB) são artefatos de pedra do Paleolítico, de simetria aproximadamente esférica, cujos propósitos, manufatura ou função, ainda permanecem obscuros, embora sua tradição tenha se mantido por cerca de mais de 2 milhões de anos (Ma). Enigmaticamente, na sua grande maioria não parecem ser artefatos utilitários, o que desperta na academia um intenso debate sobre sua função.

Sua importância para o estudo da Pré-história da Matemática reside no fato de, conjuntamente com os machados bifaciais, constituírem os mais antigos exemplos, tanto de simetria esférica como de simetria vertical, intencionalmente produzidos por homínidos, empregando conscientemente o conceito de simetria. Talvez constituem o mais antigo reconhecimento de um importante conceito matemático, o de simetria, por um homínido.

O Paleolítico Inferior se estendeu de c. 3 Ma<sup>1</sup> até c. 300 Ka e é subdividido em Lomekwi (c. 3,3–2,6 Ma), Oldowan (c. 2,6–1,7 Ma) e Acheulean (1,76–0,13 Ma), desembocando no Paleolítico Médio (c. 300-50 Ka), no Paleolítico Superior (c. 50-12 Ka), no Mesolítico (c. 20-10 Ka, no Oriente Médio e c. 15-5 na Europa) e, finalmente, no Neolítico (c. 10-4,5 Ka).

Em 2011 uma equipe de arqueólogos capitaneada por Sonia Harmand e Jason Lewis estavam se dirigindo para um sítio perto do Lago Tukana, quando fizeram um retorno errado, mas resolveram parar e fazer alguma pesquisa no sítio hoje conhecido com Lomekwi 3, até então inexplorado. Logo se depararam com 20 artefatos, seguidos de 130 encontrados na superfície. Esses artefatos eram claramente não resultado de fraturas acidentais naturais de rochas, mas sim de elaboração humana.

Foram datados de c. 3,3 Ma e se constituem nos mais antigos artefatos de pedra até o presente encontrados, possivelmente feitos pelo *Kenyanthropus platyops*, pois fósseis dessa espécie foram encontrados nas proximidades, embora remanesçam dúvidas sobre esta atribuição. Esses artefatos são geralmente mais pesados que os do Oldowan e podem representar um estágio anterior das suas técnicas de desbastamento.



**Fig. 1** As mais antigas ferramentas de pedra feitas por um homínido, c. 3,3 Ma .

**Fonte:** Harmand, 2015.

<sup>1</sup> Ma – milhões de anos atrás; Ka- mil anos atrás.

As mais antigas ferramentas líticas olduvaiense foram encontradas em Nyayanga na península de Homa, no Kenya, datando de c. 2,9/2,6 Ma. O nome olduvaiense se origina de Olduvai Gorge, na Tanzânia. Em Gona, na Etiópia, foram encontradas ferramentas datando e c. 2,6 Ma. Essa indústria se expandiu globalmente, foram encontrados espécimes na África (Etiópia, Kenya, Egito, Argélia, Tanzânia, África do Sul), na Europa (Georgia, Bulgária, Rússia, Espanha), Na Ásia (China, Paquistão, Síria, Irã, Índia, Israel, Jordânia). Não há um consenso sobre qual homínido deu origem a essa indústria lítica, várias espécies tem sido cogitadas, inclusive *Paranthropus sp* (Plummer, 2023). Em mais de 169 sítios arqueológicos foram encontrados exemplares dessa indústria (Cabanès, 2022).

Para produzir a forma geral de uma ferramenta olduvaiense, um martelo de pedra, aproximadamente esférico, é empregado para percutir na borda, ou plataforma de percussão, de um núcleo de rocha para produzir uma fratura conchoidal (Fig. 2), com bordas cortantes, que tem várias utilidades. A maior parte dessas ferramentas é feita de quartzo, quartzito, basalto, obsidiana, calcáreo, flint ou chert. O fragmento destacado é denominado de lasca.



Fig. 2 Indústrias líticas. Esq. Oldowan, Poliedroide. Olduvai George. 1,8 Ma; Dir.: Acheulean. Chennai (Madras - Índia). 1,0 Ma, machado de mão; Coleção Musée de L'Homme, Paris. Fotos do autor.

A cadeia operatória para a produção de poliedros, sub-esferoides, esferoides e bolas (PSEB) foi estudada por Texier e Roche (1995) e pode ser observada na Fig.3.

John Frere (1800) foi o primeiro a reconhecer as funções dos machados de mão, embora suas sugestões tenham sido ignoradas até segunda metade do século XIX.

Certamente as necessárias habilidades na produção de ferramentas líticas foram devidas a estratégias relacionadas à subsistência, ou seja, ao pulsão de sobrevivência, tanto do indivíduo bem como para garantir continuação da sua espécie, conforme proposto por D'Ambrosio (D'Ambrosio & Almeida, 2017). Um pulsão de sobrevivência

compreenderia mecanismos, ações, etc, que visariam garantir a homeostase da espécie, termo cunhado pelo fisiologista Walter Cannon.

A indústria lítica acheuliana é caracterizada por machados de pedra (hand axes) de formato oval ou de pera, bifaciais (Fig. 2), geralmente associados com o *Homo erectus*. Seu nome se origina do sítio arqueológico de Saint-Acheul, na França, e se espalhou pela África, Europa e Ásia. Seus machados de mão bifaciais constituem os mais antigos exemplos do emprego intencional de simetria vertical bifacial em artefatos utilitários.

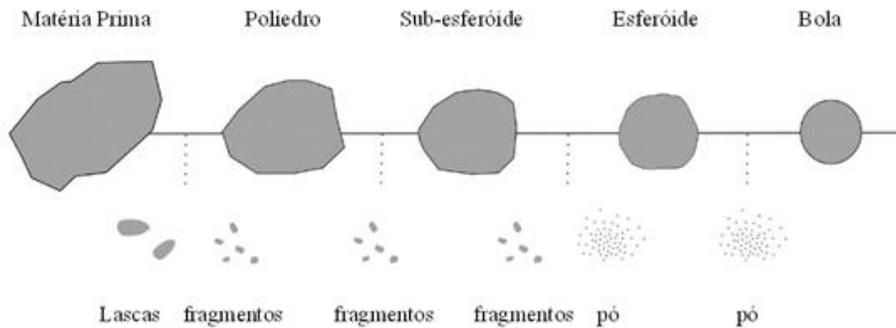


Fig. 3 Cadeia Operatória

### Tipologia dos PSEB

Mary Leakey (1971) classificou tipologicamente os esferóides em três tipos baseada na observação direta da similaridade morfológica com uma esfera, bem como na suavidade de suas superfícies: poliedros, subesferóides e esferóides.

Sahnouni (et. al., 1997) também discerniu esses três tipos de PSEBs: poliedros, objetos com um mínimo de três faces lascadas, em sua maioria exibindo ângulos obtusos no núcleo; sub-esferóides, com ângulos mais obtusos do que poliedros, amplamente lascados em três ou mais faces; e, finalmente, esferóides, artefatos lascados sobre muitas, se não todas as suas superfícies, com muitos ângulos obtusos e uma forma relativamente esférica.

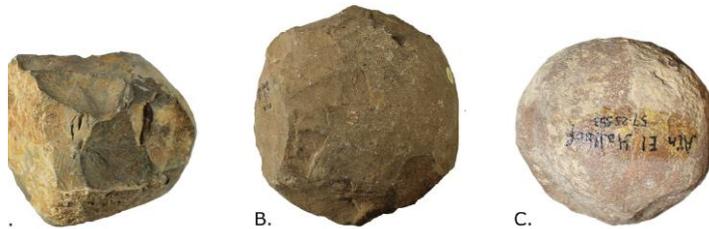


Fig. 4 (A) Poliedróide em calcáreo, Ain Hanech, Algeria, 1,8 Ma; (B) Esferóide em calcáreo, Ain Hanech, Algeria; (C) Bola em calcáreo, Ain el Hallouf, Marrocos;

Fotos: Julia Cabanès.

A esses três tipos deve-se acrescentar as bolas, onde a esfericidade do artefato é quase perfeita e sua superfície apresenta uma grande suavidade.

### Hominídeos associados com as mais antigas indústrias líticas

Discute-se quais hominídeos foram responsáveis pelos mais antigos artefatos olduvaienses, várias hipóteses foram aventadas: *Australopithecus sp*, *Kenyanthropus sp*, ou *Paranthropus sp*. já foram propostos. Para o olduvaiense médio já surgem espécies do gênero *Homo*: o *Homo ergaster* e o *Homo habilis*. No olduvaiense recente e particularmente no acheuliano encontramos o *Homo erectus*, o *Homo neanderthalensis* e, finalmente, o *Homo sapiens*.

Contudo, cabe um *caveat*. Muitas outras espécies do gênero *Homo*, além dessas, podem ter dado sua contribuição, pois esse é um problema em aberto, e mais de uma espécie hominídea pode tê-los confeccionados contemporaneamente.

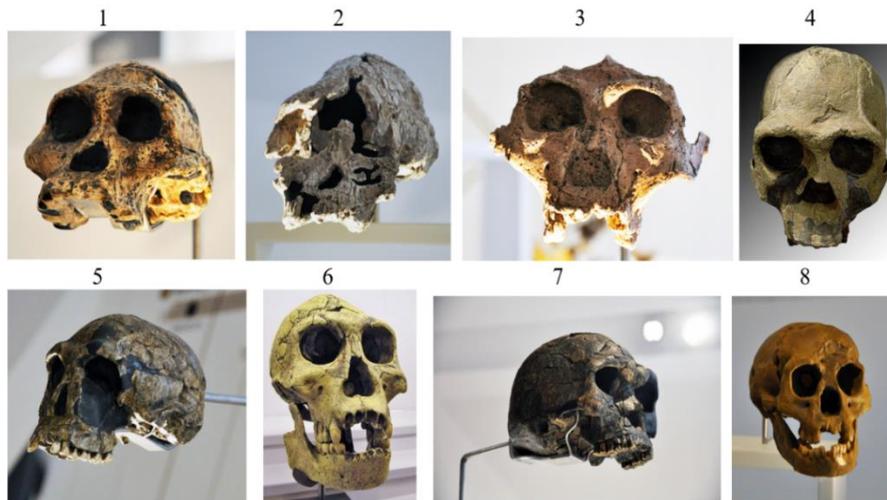


Fig. 5 Hominídeos associados as indústrias líticas. 1) *Australopithecus africanus*; 2) *Kenyanthropus platyops*; 3) *Paranthropus robustus*; 4) *Homo ergaster*; 5) *Homo habilis*; 6) *Homo erectus*; 7) *Homo neanderthalensis*; 8) *Homo sapiens*. Fontes das fotos: 1, 2, 3, 5, 7 e 8: fotos do autor; coleção *Musée de l'Homme*, Paris; 4 e 6: Wikipedia.

Há evidências que primatas não humanos, como chimpanzés (*Pan troglodytes*), bonobos (*Pan paniscus*), capuchinhos (*Cebus sp.*) e macacos (*Macaca sp.*) são capazes de usar ferramentas para aquisição e processamento de alimentos (Key, 2017). Portanto, a determinação da origem antropocêntrica desses artefatos deve ser avaliada com especial cautela, para que se possam excluir tanto causas naturais como produções não humanas.

## Funções dos artefatos líticos

Pode-se classificar as funções dos artefatos líticos em três categorias: utilitárias (tecnofunções); sociais (funções sociais) e ideológicas/simbólicas. As funções utilitárias compreendem: corte, fatiamento, perfurações, moagem, raspagem, além de percussão ou projéteis. Considerá-los com funções utilitárias ainda é a opinião preponderante dentro da academia, desde os seus estudos iniciais no século XIX até o presente.

A função dos PSEBs é objeto de intenso debate, praticamente desde que foram inicialmente descobertos. O uso desses objetos como projéteis é talvez a mais sugerida entre as funções aventadas para esses artefatos. Podem ser usados em fundas ou em boleadeiras. Uma funda é uma arma de arremesso constituída por uma corda (ou outro material) dobrada, em cujo centro é colocado o projétil. É conhecida e popularizada desde a mais remota antiguidade. Inolvidável é a narrativa bíblica do combate entre David e Golias. Nos antigos exércitos os fundeiros formavam uma importante linha de ataque nas batalhas, provocavam tantas baixas quanto as flechas.

Já boleadeira seria composta de pedras arredondadas amarradas entre si por cordas, tendo em cada uma das extremidades uma das bolas. É uma herança deixada pelas tribos autóctones da região do Prata aos gaúchos, principalmente no sul do Brasil, Argentina e Uruguai. É interessante ressaltar que os europeus a desconheciam antes da conquista espanhola. Outros materiais além de cordas podem ser empregados em sua confecção, como o uso de nervos de veados pelos Carijós no Brasil.

Wilson et al. (2016) realizaram uma análise dinâmica sobre a adequação do emprego dos esferoides pré-históricos como projéteis. Concluíram que os mesmos são capazes de infligir danos importantes a animais de médio porte a distâncias de até 25 metros, o que mostra a sua eficácia como arma de caça, fundamental para a sobrevivência.

Contudo, a imensa maioria dos esferoides pré-históricos não apresenta os sinais habituais de desgaste que o uso desses artefatos como projéteis demonstraria, o que contrapõe à visão utilitária deste uso. Além disso, alguns exemplares são muito pesados para tal função. O mesmo argumento é válido contra a suposição de que os esferoides poderiam funcionar como cabeças de maças, ou mesmo para moagem de materiais vegetais.

O uso de PSEBs para a extração de tutano (medula) de ossos foi constatado na Caverna Quesem, em Israel (420-200 Ka). Em dez esferoides encontrados na caverna, mediante exames microscópicos, foram determinados sinais de desgastes, bem como resíduos de gordura e de ossos, que apontam para o esmagamento de ossos por percussão para se ter acesso ao tutano (medula) de presas animais nesse sítio (Assaf, 2020). O que é interessante é que esses artefatos foram coletados em outros sítios, mais antigos, selecionados e transportados para a Caverna (manuportos). Essa “reciclagem” não parece ser ocorrência única em sítios paleolíticos, o mesmo parece ter acontecido em Barranco Leon, Espanha (Assaf, 2020; Titon, 2020).

Lascas e bifaciais parecem ter sido os “canivetes suíços” do Paleolítico, dada a sua versatilidade e multifuncionalidade. Podem ter sido empregados em trabalhos em madeira, o que é comprovado pelas lanças de Schöningen (c. > 300 Ka) e pela ponta de Clacton (c. 400 Ka). Artefatos de madeira são perecíveis, não fossilizam, somente em raríssimos casos sobrevivem. Contudo, paralelos etnográficos, bem como simulações, demonstram

cabalmente a possibilidade de seu emprego no Paleolítico. Além disso, podem ser empregados em várias ações de corte, raspagem, perfuração, etc., em objetos de ossos e conchas.

A função básica desses artefatos do Paleolítico inferior parece ter sido o corte de materiais provenientes de plantas ou animais. Um espectro das possibilidades de seu emprego seria: corte, raspagem, matadouro (*butchery*), processamento de ossos, perfurações, fatiamento, percussão,

### **Funções sociais**

Contudo, outros argumentos surgiram, como a hipótese de seleção sexual. Machados de mão, ou bolas, finamente trabalhados exigiam muito investimento em tempo e energia para terem apenas propósitos puramente utilitários. Demonstrariam que os seus artífices possuíam “bons genes” para procriarem, além de serem capazes de executar tarefas complexas. Isso seria um fator importante dentro de grupos de homínídeos socialmente complexos e competitivos (Key, 2017).

Outro argumento em favor de funções sociais propõe que os esferoides serviriam apenas como objetos de treinamento para os praticantes aprimorarem as suas proficiências, procedimentos motores e capacidades tecnológicas.

### **Funções ideológicas/simbólicas**

É possível supor que em um ambiente altamente competitivo, onde a sobrevivência era o objetivo central de todos, a posse de artefatos mais elaborados era vista como emblema de autoridade, de capacidade e competência para guiar, orientar, prover e defender o grupo social. Do ponto de vista etnográfico, a posse de artefatos refinados é fator decisivo na identificação de líderes tribais, tais como caciques, xamãs, morubixabas, etc., dentro do grupo, em sociedades primitivas. Portanto, seriam fatores integrantes de sua ideologia, do seu *weltanschauung*.

“O que nos torna humanos?” é uma questão formulada muitas vezes, tanto no passado como no presente, para a qual ainda não dispomos de uma resposta clara. Várias hipóteses já foram propostas, tais como a capacidade dos humanos entenderem símbolos, ou suas habilidades cognitivas e sociais, entre as quais o enterro simbólico de seus mortos, a capacidade de confeccionar ferramentas, o uso de cores, de adornos, habilidades com as quais os humanos superam seus colegas do reino animal, sendo que uma das mais óbvias é sua capacidade de linguagem. (Almeida, 2023).

Nosso sistema visual retém brevemente traços de estímulos antes que desapareçam. Esse fenômeno é denominado de *memória icônica* e seus conteúdos são considerados temporalmente integrados com inputs visuais subsequentes para produzir uma única representação composta, ou seja, *um percepto*.

O homínídeo primitivo, observando a natureza, recebia inúmeros estímulos visuais de formas arredondadas, as mais diversas, tais como frutas, seixos rolados, conchas, etc. Esses estímulos eram armazenados na sua memória icônica. Eram posteriormente integrados

com inputs visuais subsequentes, gradativamente produzindo uma única representação composta: *um percepto*, um mentefacto.

Um percepto é uma forma percebida de estímulos externos ao corpo ou sua ausência. Há uma distinção importante entre estímulo e percepto: estímulos não são necessariamente transladados em um percepto, raramente um único estímulo translada em um percepto. Devido a isso, às vezes múltiplos estímulos são necessários para que perceptos sejam produzidos. A forma esférica dos PSEB mentalizada pelos hominídeos constituía um percepto.

Uma revolução perceptual ocorre quando há uma mudança significativa na razão ou proporção da participação dos sentidos na percepção. Pode-se associar uma revolução perceptual a uma revolução tecnológica (ou científica) ao longo da história da humanidade. Cada revolução tecnológica propicia uma extensão dos nossos sentidos e faculdades, que ocasionam novos comportamentos conscientes coletivos (Almeida, 2020, 2023).

A primeira extensão do sentido do tacto pode ser identificada com o aparecimento das primeiras ferramentas, das primeiras armas, uma revolução tecnológica, que complementam e ampliam as funções da mão humana, limitadas a agarrar, pinçar e prender.

Signos são perceptos materializados. Os PSEBs, perceptos materializados, podem ser considerados como signos, ou seja, protos-símbolos. Os signos somente tornam-se símbolos verdadeiros quando adquirem um conteúdo semântico expressivo.

É impossível afirmar com certeza que os PSEB possam ser considerados símbolos verdadeiros, pois a interpretação de seu eventual conteúdo semântico está soterrada sob o peso de centenas de milênios. Conteúdo, paralelos da etnografia conduzem a considerar que objetos esféricos possam eventualmente terem conotações simbólicas.



Fig. 6 Bolas (poliedros) escoceses (Almeida, 2011); Bolas da Costa Rica (Wiki).

Na Costa Rica existem um conjunto de mais de 300 esferas, localizadas no Delta Diquis da Ilha de Cano. Elas variam de alguns centímetros a mais de 2 metros de diâmetro, podendo pesar mais de 15 toneladas. Acredita-se que foram criadas em torno do ano 600

sendo a maioria datada depois do ano 1000 da nossa era. São creditadas à extinta cultura Diquis, e o seu significado simbólico é desconhecido, porém, dado o imenso esforço dispendido na sua confecção, deve ter sido muito importante para seu povo.

Um exemplo intrigante de poliedros é fornecido por uma série de pequenas bolas de pedra que foram decoradas com uma série de protuberâncias esculpidas, de formas arredondadas (daí seu nome em inglês: *knobs*, calombos) distribuídas em um arranjo simétrico, que cobre toda a superfície das bolas. Estas bolas têm sido encontradas, desde os fins do século passado, em contextos do neolítico tardio e dos princípios da idade do bronze, principalmente na Escócia, com alguns achados no norte da Inglaterra e na Irlanda. Datam, portanto, do Neolítico tardio, c. 3000-2500 a.C.. O seu uso até o presente é enigmático, não se conhece nenhum significado simbólico a elas associado, embora seja provável que existia.

Dorothy N. Marshall efetuou um levantamento de todas as bolas conhecidas, identificando 387 delas, distribuídas em 36 museus da Grã-Bretanha e em coleções particulares. Destas, 375 têm aproximadamente o mesmo diâmetro, cerca de 70 mm, mas há doze bolas maiores, com 90-114 mm. Existem sete bolas ovais, duas maiores que a média e uma menor. Essa uniformidade de tamanho é um de seus aspectos mais notáveis, embora dentro dessa uniformidade as bolas recebam ampla variedade de tratamento (Almeida, 2011).

A simetria de muitos desses objetos é extraordinária. Aproximadamente a metade dos objetos conhecidos apresenta simetria cúbica, com 8 protuberâncias (*knobs*). Algumas dessas bolas têm apenas três *knobs*, outras apresentam numerosos *knobs*: 25, 60, 135 ou mais. Encontramos, igualmente, bolas com 4, 6, 8, 12 e 20 *knobs*, cuja semelhança com os sólidos platônicos é intrigante. A teoria da constituição da matéria de Platão concebia que ela era formada por minúsculos sólidos polidrais regulares, a saber: tetraedro (fogo); hexaedro (terra); octaedro (ar); icosaedro (água).

Embora essa teoria por centenas de anos vinha sendo considerada como absurda, a física moderna deu o veredicto final. Pesquisas recentes mostraram que existe um estágio da matéria intermediário entre o átomo e o cristal, onde partículas se agrupam em clusters, formando nanocristais. Os átomos nesses nanocristais se agrupam formando conjuntos com determinados números de átomos, denominados de números mágicos. O autor reconstruiu a sequência dos números sólidos polidrais, mostrando que coincidem com os números mágicos, assim existe um estágio da matéria onde é formado por sólidos platônicos, redimindo assim Platão (ver Almeida, 2011, para detalhes). Todavia, Platão não parece ter-se inspirado nas bolas escocesas para criar sua teoria.

Igualmente na Escócia, na ilha de Sanday, foram encontradas centenas de esferas pólidas, com uma idade de c. 5500 anos,

A forma esférica permeia a cultura e ciência global: planetas são esféricos, devido à ação da gravidade; átomos são geralmente representados como corpúsculos esféricos; Demócrito considerava a alma como esférica (Almeida, 2021) e assim os exemplos se multiplicam.

## Neurociência da Simetria

O sistema visual é sensível à reflexão entre dois lados de um objeto, ou seja, à simetria bilateral. Isso pode ser explicado do ponto de vista evolucionário, pois humanos são atraídos por faces e corpos simétricos, o que para eles seria um importante sinal de atração física. Estudos de Ressonância Magnética Funcional (fMRI) evidenciam que simetria é processada por uma rede de áreas visuais, ao invés de uma única área.

A simetria reflexional (em faces ou padrões abstratos) ativa o sulco intra-ocipital e o giro medial ocipital, enquanto a área ocipital facial direita é sensível à simetria em faces (Bertamini, 2014).

Estudos por Stout & Toth (2008), empregando tomografia por emissão de positrons, em voluntários envolvidos em atividades de confecção de ferramentas olduvaienses e acheulianas, mostraram aumento de demanda na coordenação efetiva visuomotor e na organização das ações hierárquicas. Isso incluía uma ativação aumentada dos elementos ventral premotor e parietal inferior dos circuitos parietofrontal em ambos hemisférios e hemisfério direito homólogo da área de Broca. Isso aponta para uma coevolução das áreas de produção de ferramentas com as de linguagem.

Investigações por Hecht (et al., 2014) apontaram que a aquisição de habilidades por homínides na produção de ferramentas líticas no Paleolítico teria ocasionado uma remodelação nas regiões cerebrais então em evolução, indicando assim um link entre elas e a evolução do cérebro. Essas regiões não são exclusivas da produção de ferramentas, mas também participam em outras funções complexas, incluindo planejamento de ações e linguagem. Provavelmente provocaram mudanças nos ramos do fascículo longitudinal superior que conduzem ao giro supramarginal esquerdo, ao giro bilateral precentral e ao giro frontal inferior direito (Hecht, 2014; Almeida, 2020).

## PSEB : intencional imposição de geometria simétrica por homínides?

Muller (et al., 2023) analisaram 150 esferoides de Ubeidiya (c. 1,4 Ma), empregando novos métodos de análise tridimensional, reconstruindo assim a sua sequência de redução. Baseados nas tendências verificadas nas marcas de suas faces e na sua geometria, descobriram que os artefices dos artefatos de Ubeidiya seguiam uma estratégia de redução premeditada.

Os esferoides não apenas tornavam-se mais lisos, mas também significativamente mais esféricos, o que evidencia além de uma habilidosa entalhagem a perseguição de um objetivo preconcebido, que impunha um formato simétrico na pedra (id.).

Os bifaciais acheulianos até o presente representavam os mais antigos exemplos de simetria conhecido, seus artefices impunham intencionalmente um formato premeditado na pedra. Todavia, a produção intencional de esferoides, como os de Ubeidiya, evidencia que os homínides do Paleolítico intentavam e conseguiam implementar uma geometria simétrica em artefatos de pedra.

Como os artefices olduvaienses dos PSEB são mais antigos que os dos machados acheulianos, parecem terem sido os primeiros homínides a empregar consciente e intencionalmente um importante conceito matemático, o da simetria.

Estímulos visuais, captados pela sua memória icônica, resultavam em um percepto: a forma esférica, que então era concretizada nos esferoides pétreos. Lembramos das palavras de Michelangelo, quando perguntado como fazia suas esculturas: a forma já está no bloco de mármore, apenas retiro o excesso. Com isso queria dizer que a forma, o percepto da obra de arte, já estava em seu cérebro, bastava apenas concretizá-la, retirando os excessos do bloco de mármore.

Cabe lembrar que Einstein, que não era habilidoso com a escrita, sempre asseverou que muitas vezes pensava em imagens, ou seja, perceptos, os quais lhe possibilitava inventar conceitos que tinha dificuldade de articular para os leigos.

### **Simetria na Física**

Além de sua importância em matemática, na geometria, na teoria dos grupos entre outros ramos, a simetria é um conceito fundamental na física moderna, presente em alguns dos seus maiores avanços nos tempos recentes. A ideia de invariância, uma quantidade conservada, além de fundamental no estudo das simetrias é, por exemplo, básica na Teoria da Relatividade Geral, que admite que a velocidade da luz é invariante, ou seja, é sempre igual: 300.000 km/s. Quebras de simetria permeiam as mais modernas teorias da física das partículas.

Grupos de simetria esférica finitos são também denominados de grupos de pontos em três dimensões. Há cinco classes fundamentais que têm domínios triangulares: diédrica, cíclica, tetraedral, octaedral e icosaedral.

### **Forma esférica**

A forma esférica sempre causou admiração nos humanos, desde seus primórdios, no distante paleolítico, até os dias de hoje.

Os gregos consideravam a esfera a forma geométrica perfeita. Eudoxo de Cnido (408 a.C - 355 a.C) concebeu a ideia de explicar o movimento dos planetas e das estrelas, imaginando que os astros estavam presos a esferas celestes transparentes, todas girando em torno da Terra.

A confecção de esferoides, principalmente de bolas, exige um considerável esforço, no qual são dispendidas inúmeras horas, desviadas das tarefas habituais destinadas à sobrevivência.

Bolas podem ser encontradas no sítio neolítico de Göbekli Tepe (c.12 Ka), na Turquia, o qual pode ser considerado como o alvorecer da moderna civilização, bem como em sítios adjacentes (Fig 7a).

Contudo, sua abrangência geográfica mostra que não são produtos de uma única cultura, mas sim uma característica do gênero *Homo*, seja qual for sua função local.

Encontramo-las desde o neolítico até praticamente os dias atuais, onipresentes, seja no Oriente Médio, na Europa, nas Américas ou mesmo no Brasil. No Brasil encontramos não apenas bolas menores, empregadas em boleadeiras, mas também maiores, cuja função ainda é enigmática (Fig. 7b).



Fig. 7: a:esq.; bolas neolíticas - Göbleki Tepe (c.12Ka) e sítios na Turquia; b:dir.: bola encontrada no Paraná (??Ka). a) acervo do Museu de Sanliurfa, Turquia. b) acervo do Centro de Estudos e Pesquisas Arqueológicas-CEPA, UFPR. Fotos: a) Museu de Sanliurfa; b) foto do autor.

### Conclusão

Signicativa maioria dos PSEBs não demonstra nenhuma função utilitária, bem como estudos mostram que foram produzidos intencionalmente buscando uma simetria esférica, o que os caracteriza como os mais antigos exemplos de artefatos intencional e conscientemente fabricados empregando um conceito matemático: o da simetria.

A confecção de ferramentas líticas, sejam elas machados bifaciais ou PSEBs, ocasionou uma importante desenvolvimento nos sistemas cognitivos hominídeos, gerando significativa reconfigurações em seus cérebros, influenciando na sua evolução.

Os PSEBs são objeto de inúmeras pesquisas no âmbito da arqueologia moderna, dado o seu enigmático caráter, que suscita inúmeras dúvidas debatidas em seus círculos acadêmicos.

Do ponto de vista da História da Matemática, seu maior interesse reside no fato de parecem terem sido na história evolutiva do gênero *Homo* os primeiros exemplares de artefatos consciente e intencionalmente produzidos perseguindo uma simetria esférica.

Como a simetria esférica dos artefatos olduvaienses é mais antiga que a simetria vertical acheuliana, pode-se afirmar que os artífices olduvaienses foram talvez os primeiros hominídeos a empregarem um importante conceito matemático: o da simetria.

### Agradecimento

Agradecemos ao Dr. Fabio Parenti, Diretor do Centro de Estudos e Pesquisas Arqueológicas, por sua sugestão de escrever o presente artigo, visando estudar os PSEBs sob a ótica da História da Matemática.

### Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Manoel de Campos. **Arqueomatématica - A Arqueologia da Matemática**. Curitiba, M. C. Almeida, 2024.

ALMEIDA, Manoel de Campos. **Grafismos Hominídeos - Proto-estética ou Protosímbolos - O Homo Naledi Geometriza ?** In: Revista Brasileira de História da Matemática. Aceito para publicação em 05/09/2023.

ALMEIDA, Manoel de Campos. JUSTINO, Edson José Rodrigues. **Como o Cérebro Processa a Matemática ? - Ensinaamentos da Neurociência para uma Pedagogia Renovada**. Ed.: Manoel de C. Almeida, 2020.

ALMEIDA, Manoel de Campos. **Platão Redimido – A Teoria dos Números Figurados na Ciência Antiga & Moderna**. Curitiba: Progressiva, 2003. 218 p.

ALMEIDA, Manoel de Campos. **La Sfera di Democrito e il Destino dell'Uomo**. In: Fraternitas; julho/setembro | 2021.

ASSAF, E; CARICOLA, I; GOPHER, A; ROSELL, J; BLASCO, R; BAR, O; et al. (2020). **Shaped stone balls were used for bone marrow extraction at Lower Paleolithic Qesem Cave, Israel**. PLoS ONE 15(4):e0230972. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0272135>.

BERTAMINI, Marco; MAKIN, Alexis D.J. **Brain Activity in Response to Visual Symmetry**. In: *Symmetry* **2014**, 6, 975-996; doi:10.3390/sym6040975.

CABANÈS, Julia; BOREL, Antony; PREYLER, Javier Baena; et al. **Palaeolithic polyhedrons, spheroids and bolas over time and space**. In: Julho 2022. PLoS ONE 17(7):e0272135. DOI: 10.1371/journal.pone.0272135.

D'AMBROSIO, Ubiratan; ALMEIDA, Manoel de Campos. **Etnomathematics and the Emergence of Mathematics**. In: *The Nature and Development of Mathematics*. Org. John Adams; Patrick Barmby; Alex Mesoudi. New York: Routledge, 2017.

HARMAND, Sonia; LEWIS, Jason; et al. **3.3-million-year-old stone tools from Lomekwi 3, West Turkana, Kenya**. In: *Nature*, maio, 2015.

HECHT, Erin; GUTMAN, D.A.; et al. **Acquisition of Paleolithic toolmaking abilities involves structural remodeling to inferior frontoparietal regions**. In: *Brain Structure and Function* · May 2014

HODGSON, Derek. **Evolution of the visual cortex and the emergence of symmetry in the Acheulean techno-complex**. In: *C.R. Palevol*. 8: 93–97, 2009.

JABLAN, Slavik V. **Symmetry and Ornament.** Disponível em: <http://www.emis.de/monographs/jablan/cont.htm> . Consulta em 23/02/2024.

KEY, Alastair J.M.; LYCETT, Stephen J.. **Form and function in the Lower Palaeolithic: history, progress, and continued relevance.** In: Journal of Anthropological Sciences. Vol. 95 (2017), pp. 67–108.

MULLER, A.; BARSKY, D.; SALA-RAMOS, R.; SHARON, G.; TITTON, S.; VERGÈS, J-M.; GROSMAN, L. 2023. **The limestone spheroids of ‘Ubeidiya: intentional imposition of symmetric geometry by early hominins?** In: R. Soc. Open Sci. 10: 230671. <https://doi.org/10.1098/rsos.230671>.

LEAKEY, M.D. **Excavations in Beds I and II, 1960–1963. Olduvai Gorge, vol. 3.** Cambridge: Cambridge University Press; 1971, p. 328.

PLUMMER, Thomas W.; et al. **Expanded geographic distribution and dietary strategies of the earliest Oldowan hominins and Paranthropus.** Science 379, 561–566 (2023) 10 February 2023.

SAHNOUNI, Mohamed; SCHICK, Kathy; TOTH, Nicholas. **An Experimental Investigation into the Nature of Faceted Limestone “Spheroids” in the Early Palaeolithic.** In: Journal of Archaeological Science (1997) 24, 701–713.

SCARDIA, Giancarlo; PARENTI, Fabio; MIGGINS, Daniel; GERDES, Axel; ARAUJO, Astolfo; NEVES, Walter. **Chronologic constraints on hominin dispersal outside Africa since 2.48Ma from the Zarqa Valley, Jordan.** In: Quaternary Science Reviews 219 (2019) 1e19.

STOUT, Dietrich; TOTH, Nicholas; et.al. **Neural correlates of Early Stone Age toolmaking: technology, language and cognition in human evolution.** In: Phil. Trans. R. Soc. B (2008) 363, 1939–1949 ; doi:10.1098/rstb.2008.0001

TEXIER, Pierre-Jean; ROCHE, Hélène. **Polyèdre, sub-sphéroïde et bola: des segments plus ou moins longs d’une même chaîne opératoire.** In: Cahier Noir (1995) 7, 31-40.

TITTON. S; BARSKY, D; et al. (2020). **Subspheroids in the lithic assemblage of Barranco León (Spain): Recognizing the late Oldowan in Europe.** PLoS ONE 15(1): e0228290. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0228290>.

WILSON, Andrew D. ; ZHU, Qin; BARHAM, Lawrence; et. Al . **Dynamical Analysis of the Suitability of Prehistoric Spheroids from the Cave of Hearths as Thrown Projectiles.** In: Scientific Reports | 6:30614 | DOI: 10.1038/srep30614. 2016.

**Manoel de Campos Almeida**

Departamento de Matemática – PUCPR – UFPR-  
Emeriti – Curitiba - Brasil

**E-mail:** manoel1748@gmail.com