

## **EVOLUÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DO ENSINO E DA PESQUISA EM MATEMÁTICA NO BRASIL**

Clóvis Pereira  
UFPR – Brasil

(aceito para publicação em setembro de 2017)

### **Resumo**

A década de 1970 marcou o início do processo da evolução do desenvolvimento do ensino e da pesquisa em Matemática no Brasil. Nesta década houve grande empenho dos líderes da comunidade matemática brasileira para a consolidação de bons cursos de graduação (bacharelado e licenciatura) e de pós-graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado) em Ciências (Matemática). Com a existência, à época, de um pequeno número de doutores especializados em algumas subáreas da Matemática, foram criados eventos importantes como: Escola de Álgebra, Escola de Geometria Diferencial e Seminário Brasileiro de Análise, que se consolidaram e se transformaram também em indutores do desenvolvimento da pesquisa em Matemática em nosso país. Neste artigo ao usarmos a palavra Matemática estaremos nos referindo à Matemática Pura.

**Palavras-chave:** Matemática Pura; Universidades brasileiras; doutores; Análise Matemática; Geometria Diferencial; Geometria Simplética; Sistemas Dinâmicos; Álgebra Abstrata; Geometria Algébrica.

### **[EVOLUTION OF DEVELOPMENT OF EDUCATION AND RESEARCH IN MATHEMATICS IN BRAZIL]**

### **Abstract**

The 1970s marked the beginning of the process of evolution of development of education and research in mathematics in Brazil. In that decade there was great commitment of the leaders of the Brazilian mathematical community for the consolidation of good undergraduate (bachelor's and graduate) and post-graduate studies (Master's and Ph. D.) in Science (Mathematics). With the existence at the time of a small number of doctors who

specialize in certain subfields of mathematics, were created major events such as: School of Algebra, School of Differential Geometry and Brazilian Seminar of Analysis, which were consolidated and became also induce development of research in mathematics in our country. In this paper we use the word Mathematics when we are referring to the Pure Mathematics.

**Keywords:** Pure Mathematics; Brazilian universities; doctors; Mathematical Analysis; Differential Geometry; Symplectic Geometry; Dynamical Systems; Abstract Algebra; Algebraic Geometry.

## Introdução

O objetivo deste artigo é abordar, a partir dos anos de 1970 até o ano 2015, a evolução do desenvolvimento do ensino e da pesquisa em Matemática em nosso país, os instrumentos jurídicos legais e as condições criadas pelo Governo Federal que propiciaram o processo de evolução, consolidação, desenvolvimento e ampliação do ensino da ciência e da pesquisa científica no Brasil, e por extensão, na Matemática. Nesta ciência abordaremos apenas as seguintes subáreas: Análise, Geometria Diferencial - a partir dos anos 1980 a Geometria Simplética -, Sistemas Dinâmicos, Álgebra Abstrata, Geometria Algébrica.

Com o objetivo didático de orientação ao leitor, inicialmente abordaremos a criação dos instrumentos jurídicos legais que propiciaram o ambiente no qual florescerem os Programas de pós-graduação *stricto sensu*, inclusive em Ciências (Matemática). Na continuação abordaremos o desenvolvimento e a pesquisa em Matemática no Brasil, com ênfase nas atuais áreas de pesquisa desenvolvidas por grupos de pesquisa pertencentes a várias Universidades brasileiras.

Colocamos como pré - requisito ao leitor o conhecimento das fases históricas que induziram e estimularam o início dos estudos e da pesquisa nas subáreas da Matemática acima citadas. Isto é, o leitor deve ter conhecimento das fases de efervescência e início de formação da comunidade matemática brasileira que antecedem à década de 1970.

## A Evolução e a Consolidação

A década de 1970 marcou o início do período de consolidação da pesquisa em Matemática no Brasil, especialmente nas seguintes subáreas: Análise, Geometria Diferencial (a partir dos anos 1980 a Geometria Simplética), Sistemas Dinâmicos, Geometria Algébrica e Álgebra Abstrata. No início da década de 1970 foi concluída pelo Governo Federal a reforma da Universidade brasileira. Também nos anos 1970 o Governo Federal criou condições no sentido de consolidar ações anteriores, criando e executando políticas públicas em C & T. Exemplificamos essas ações com a criação do I Plano Nacional de Pós-Graduação – I PNPG (1975-1979), criação do PICD e a criação do II Plano Básico de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – II PBDCT (1975-1980). No início dos anos

1970 regressaram ao país alguns dos jovens que obtiveram seus doutorados em Ciências (Matemática) em instituições localizadas no exterior.

Nos anos 1970 o país deu um salto significativo na sua capacitação em C & T. Neste período, pela primeira vez, a administração federal abordou em políticas públicas, a ciência e a tecnologia em seus planos gerais de desenvolvimento econômico e em planos setoriais (Plano de Desenvolvimento Econômico e Planos Básicos de Desenvolvimento Científico e Tecnológico). Nestes planos destacamos como mais importante o enfoque dado à criação de infraestrutura e o financiamento das ações que seriam praticadas. Foi criado para tal em 1969, o Fundo Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – FNDCT, que passou a partir de 1971 a ser gerido pela Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP, uma empresa pública que foi criada para investir em ciência. Atualmente a FINEP tem 16 fundos setoriais voltados para áreas específicas.

Ainda nos anos 1970 a política de pós-graduação instituída pelo Governo Federal, como por exemplo, a criação do Programa Institucional de Capacitação de Docentes - PICD esteve também essencialmente voltada para a qualificação dos professores das Universidades e Faculdades Federais.

Quando da vigência do PICD, as Universidades e Faculdades Federais existentes foram chamadas a elaborar um planejamento institucional para capacitação de seus docentes e, receberam um grande número de bolsas de estudos para distribuir em diversas áreas do conhecimento. O conjunto das ações acima descritas propiciou o alcance de metas estabelecidas, e a criação do ambiente acadêmico que influenciou fortemente a consolidação da pesquisa em Matemática no Brasil.

Estas foram metas e ações executadas pela administração federal que beneficiaram o Sistema Nacional de Graduação – SNG e o Sistema Nacional de Pós-Graduação – SNPG, recém-criado.

Nos anos 1970 foi iniciado nas Universidades públicas brasileiras sediadas na Região Sudeste, o processo de oferta de bons cursos de graduação (licenciatura e bacharelado em Matemática) com matrizes curriculares atualizadas que continham bons programas de disciplinas como: Análise Matemática, Funções de Variável Complexa, Geometria Euclidiana, Geometria Analítica no Plano e no Espaço, Geometria Projetiva, Geometria Diferencial, Cálculo de uma e de várias Variáveis, Cálculo Avançado, Fundamentos da Matemática, Álgebra Abstrata, Álgebra Linear, Álgebra Vetorial e Geometria, Fundamentos da Matemática (Lógica Matemática) etc.

No final dos anos de 1970 e início dos anos de 1980 o processo de oferta de bons cursos de graduação em Matemática (licenciatura e bacharelado) passou a ser estendido a outras Regiões do país. Estes cursos de graduação com programas atualizados foram possíveis graças ao início de formação de massa crítica nas Universidades públicas. Nesta década diversos professores recém-pós-graduados já estavam retornando a suas Universidades de origem.

Na década de 1970 passou a ser consolidada a oferta de Programas de pós-graduação *stricto sensu* ofertando cursos de mestrado e doutorado acadêmico em diversas áreas do conhecimento, inclusive em Ciências (Matemática). Estes Programas foram institucionalizados por meio do: Parecer CFE/ES nº 977/65, de 3 de dezembro de 1965; do Parecer CFE/CES nº 77/69, de 11 de fevereiro de 1969; da Lei nº 5.540/68, de 28 de

novembro de 1968, instrumentos jurídicos legais que consolidaram também a reforma da Universidade brasileira. A CAPES tem exercido importante papel para a manutenção da melhoria do SNPG, em função de suas avaliações periódicas.

Os anos 1970 ficaram conhecidos como *idade de ouro* da ciência brasileira. Este período da História do Brasil foi inspirado por uma doutrina militar de segurança nacional.

Os agrupamentos de doutores pesquisadores em Matemática existentes no país nos anos 1970, doutores que em sua grande maioria foram titulados no exterior, (exceto os livres-docentes), que era um número inferior a cem pessoas, e que trabalhavam em Universidades públicas e em poucas Universidades privadas confessionais, criaram em suas especialidades eventos científicos como: Escola de Álgebra, Escola de Geometria Diferencial, Seminário Brasileiro de Análise, que se consolidaram com o passar dos anos e, se transformaram também em indutores da pesquisa científica, e em imãs que passaram a atrair jovens alunos talentosos.

O Colóquio Brasileiro de Matemática, importante evento científico, já estava consolidado com suas reuniões bianuais. Nos anos 1960, 1970 e 1980 a nova geração de matemáticos brasileiros passou a contribuir também para a formação de uma boa literatura matemática em língua portuguesa, lacuna existente no Brasil da época. Textos destinados aos níveis de graduação e de pós-graduação foram escritos e outros traduzidos para a língua portuguesa. Juntaram-se a esse processo algumas editoras comerciais e universitárias, a SMSP, a SPM e a SBM, além de alguns Departamentos de Matemática de Universidades Federais e Institutos de Pesquisa.

Citamos como exemplos de alguns desses textos. Notas de Matemática, publicadas pelo IMPA (o IMPA e a SBM criaram coleções de livros textos que foram e são largamente utilizados em diversas instituições de ensino superior); Trabalhos de Matemática, publicados pela UFRGS; Trabalhos de Matemática, publicados pela UnB; Textos de Matemática, publicados pela UFRJ; Textos de Matemática, publicados pela UFPE.

No final da década de 1970 o número de doutores em Ciências (Matemática) pesquisadores ativos e que trabalhavam em Universidades e Institutos de Pesquisa brasileiros já atingia o número de duzentos (incluamos neste número os livres-docentes existentes). Os Programas de pós-graduação com cursos de mestrado e doutorado em Ciências (Matemática) ofertados por algumas Universidades e Institutos de Pesquisa já titulavam mestres e doutores. Estes, em número reduzido, veja Tabela 1.

Para uma visualização da evolução do número de doutores titulados, em Matemática Pura, por instituições brasileiras, utilizaremos períodos de dez anos. Ver Tabela 1.

Tabela 1. Fonte: CAPES

Ano	Número de doutores titulados em MP
1970	3
1980	21
1990	24
2000	51
2010	85

Nos anos 1970, 1980 e 1990 a grande maioria desses doutores titulados era de professores pertencentes a Universidades públicas que, ao regressarem às suas instituições de origem passaram a formar a massa crítica de titulados necessária ao funcionamento de bons cursos de graduação em Matemática (licenciatura e bacharelado).

Ainda no final dos anos 1970 e início dos anos de 1980 foi iniciado no país o processo de oferta de Programas de estágio para pós-doutoramento em Ciências (Matemática). Em 1977 eram sete os Doutores fazendo estágio de pós-doutoramento em Ciências (Matemática) no país. Atualmente várias instituições brasileiras como: UFRGS, UFSC, UEM, IME/USP, ICMC/USP, IMECC/UNICAMP, UFSCar, UNESP/SJRP, IM/UFRJ, IMPA, UFF, PUC-Rio, UFBA/UFAL, UFC, UFG ofertam essa modalidade de estágio. Algumas dessas instituições ofertam Programas de pós-doutoramento em Ciências (Matemática) com apoio financeiro do PNPd/CAPEs.

O objetivo da administração federal com essas ações era que a consolidação no país de um bom sistema de pós-graduação *stricto sensu*, com programas em todas as áreas do conhecimento humano, iria induzir a oferta de excelentes cursos de graduação. Na prática isto não aconteceu, pois nos dias atuais o Sistema Nacional de Graduação - SNG, exceto em poucas Universidades públicas, oferta cursos de má qualidade em todas as áreas do conhecimento. Constatamos este fato ao analisarmos os documentos anuais elaborados por Thomson Reuters e intitulados Times Higher Education World University Rankings.

Na década de 1970 a comunidade matemática brasileira já publicava anualmente cerca de trezentos artigos de pesquisa em Matemática Pura e em Matemática Aplicada em bons periódicos de circulação internacional, que abordavam as seguintes subáreas e especialidades, assim como a fronteira comum de algumas delas: Álgebra Comutativa, Teoria dos Ideais, Geometria Diferencial e Topologia, Análise Matemática, Análise Não Linear, Análise Funcional Não Linear, Equações Diferenciais Ordinárias, Equações Diferenciais Parciais, Sistemas Dinâmicos. Posteriormente, outras subáreas e especialidades da Matemática foram acrescentadas como: Grupos de Lie, Geometria Algébrica, Anéis de Grupos e Representações de Grupos, Quase Grupos e suas Representações.

Nos anos 1970 a subárea Análise Matemática tinha como seu principal representante no país o matemático Leopoldo Nachbin que trabalhava no IM da UFRJ. A partir da segunda metade dos anos de 1940, Leopoldo Nachbin passou a ter uma carreira científica muito produtiva e internacionalmente reconhecida em várias especialidades da Análise Matemática, como: Topologia dos Espaços de Aplicações Holomorfas; Teoria da Aproximação Ponderada; Sistemas Ordenados; Espaços Vetoriais Topológicos; Análise Harmônica e Holomorfia em Dimensão Infinita. Muitos de seus resultados obtidos em Análise Matemática foram incorporados à literatura matemática internacional. Ele foi um matemático diferenciado. Além de profundo conhecedor de seu campo de pesquisa e ensino. L. Nachbin possuía o dom de bem transmitir seus conhecimentos. Ele foi um expositor de qualidade excepcional.

Em seu primeiro trabalho, nos anos 1940, em Teoria da Aproximação, L. Nachbin obteve um importante resultado análogo ao resultado já obtido para Funções Diferenciáveis (NACHBIN, 1949). Outro resultado obtido por L. Nachbin é o conhecido Teorema do tipo do Teorema de Hahn-Banach para Transformações Lineares. Este Teorema diz respeito ao Teorema de Hahn-Banach com Valores Vetoriais (NACHBIN, 1950).

Antes de obter este importante Teorema, L. Nachbin havia conjecturado e depois conseguiu provar que (MUJICA, 1994, p. 27):

*Se  $\mathcal{F}$  é um espaço de Banach com a propriedade da interseção binária, então a bola unitária fechada de  $\mathcal{F}$  tem pelo menos um ponto extremal.*

Na continuação do trabalho ele também provou que:

*Se  $\mathcal{F}$  é um espaço de Banach com a propriedade da interseção binária, então a bola unitária fechada de  $\mathcal{F}$  é a envoltória convexa e fechada de seus pontos extremais.*

No conjunto de suas demonstrações para este Teorema, Leopoldo Nachbin provou ainda que (MUJICA, 1994, p.27):

*Se  $\mathcal{F}$  é um espaço de Banach reflexivo com a propriedade da interseção binária, então  $\mathcal{F}$  tem dimensão finita.*

Ao leitor interessado nos detalhes técnicos desse resultado obtido por L. Nachbin sugerimos a leitura de (NACHBIN, 1950).

Em (MUJICA, 1994, p. 25 - 31) encontram-se resenhas dos trabalhos mais relevantes publicados por Leopoldo Nachbin. Para uma Bibliografia de Leopoldo Nachbin veja (HORVÁTH, 1986) e (MUJICA, 1994).

Os trabalhos publicados por Leopoldo Nachbin contribuíram para os avanços do ensino e da pesquisa em Matemática no Brasil e no exterior. L. Nachbin também tinha grande interesse em construção, organização e divulgação de uma correta matriz curricular para os cursos de graduação em Matemática (bacharelado e licenciatura) e da pós-graduação (mestrado e doutorado). Ele atuou também no sentido de criar, por parte do Governo Federal, incentivos à pesquisa científica no país. Seu apoio à ideia de Chaim S. Hönl para a criação do Colóquio Brasileiro de Matemática foi decisivo. Ele também apoiou a ideia e o trabalho de Luiz Freire para criar, nos anos de 1950, um bom centro de ensino e pesquisa em Matemática na Universidade de Recife, atual UFPE.

Outros analistas brasileiros também já se destacavam nos anos de 1970 e 1980, como os matemáticos Luis Aduino Medeiros, Djairo Guedes de Figueiredo e Geraldo Ávila.

Na década de 1970 as linhas de pesquisa em Análise Matemática desenvolvidas nas principais instituições de ensino superior brasileiras eram: Teoria das Equações Diferenciais Parciais, Teoria das Equações Diferenciais e Integrais, Análise Funcional, Holomorfia, Teoria das Aproximações. Nesta fase os principais grupos de pesquisa em Análise Matemática estavam situados nas seguintes instituições: IME da USP, ICMC da USP, IMECC da UNICAMP, IM da UFRJ, IMPA, UnB, PUC-Rio, UFPE. Na UnB destacavam-se em Análise Matemática, os trabalhos de pesquisa desenvolvidos por Djairo Guedes de Figueiredo e Geraldo Ávila. No IME da USP destacava-se o trabalho desenvolvido por Chaim Samuel Hönl. No IM da UFRJ destacavam-se os trabalhos de pesquisas desenvolvidos por Leopoldo Nachbin e Luis Aduino Medeiros.

No período de 26 a 29 de julho de 2006 foi realizado na UFPA o *International Meeting on Differential Equations* que foi dedicado a Luis Aduino Medeiros (Corrêa, 2007). Este matemático tem sido muito importante para o desenvolvimento da pesquisa em

Matemática em nosso país, em especial, para a subárea Equações Diferenciais Parciais. Sua descendência matemática é expressiva. Luis Aduato Medeiros orientou 30 teses de doutorado, várias dissertações de mestrado e publicou 92 artigos completos em periódicos.

Ainda nos anos 1970 os estudos e pesquisas em Geometria Diferencial estavam se consolidando em nosso país. Destacamos os trabalhos de dois geométricos.

A partir do IMPA, com atuações na UnB e na UFC, Manfredo do Carmo que desenvolveu pesquisas nas seguintes subáreas: Topologia e Curvatura, Superfícies Mínimas e de Curvatura Média Constante, Imersões Isométricas e Conformes, Implicações da Curvatura na Estrutura Topológica das Variedades, Convexidade e Rigidez, Subvariedades Mínimas de Variedades Riemannianas. Manfredo do Carmo é o criador da Escola de Geometria Diferencial existente no Brasil.

Alexandre Augusto Martins Rodrigues, que a partir do IME da USP deu valiosas contribuições em Geometria Diferencial desenvolvendo ensino e pesquisas nas subáreas: Sistemas Diferenciais, Grupos de Lie Infinitos, Álgebras de Lie. A descendência matemática desses dois geométricos tem contribuído para a consolidação e desenvolvimento da pesquisa em Geometria Diferencial no Brasil.

Nos anos 1970 na subárea dos Sistemas Estruturalmente Estáveis e a Teoria da Bifurcação, os pesquisadores do IMPA, da PUC-Rio, do ICMC da USP, do IME da USP e da UFMG produziram resultados importantes. No IMPA já se destacava nessa subárea o trabalho de ensino e pesquisas realizado por Mauricio Matos Peixoto que estudava a Estabilidade Estrutural em Dimensão 2.

Em verdade, esse seu trabalho originou naquela instituição os estudos e pesquisas na Teoria Geométrica dos Sistemas Dinâmicos. Mauricio Matos Peixoto é o criador da Escola Brasileira em Sistemas Dinâmicos<sup>1</sup>, área de pesquisas que foi continuada por sua descendência matemática e por outros pesquisadores do IMPA, como Jacob Palis, que ao regressar do exterior após concluir seu doutorado passou a estudar a Estabilidade Estrutural em Dimensão Superior. Esta é uma área de pesquisas muito ativa nos dias atuais. Diversos grupos de pesquisas trabalham nesta área.

Em Álgebra Abstrata, os anos 1970 marcaram a consolidação dos estudos e pesquisas dessa subárea nas Instituições de Ensino Superior brasileiras. Em função do trabalho de pioneiros, como Paulo Ribenboim, Otto Endler, Alberto Azevedo, Renzo Piccinini, Artibano Micali, a partir do IMPA, e depois com o trabalho de Adilson Gonçalves, a partir da UnB e continuando no IM da UFRJ. E a partir de 1972 com a contribuição do algebrista alemão Karl-Otto Stöhr, que se instalou no IMPA. Nesses anos de permanência no IMPA, Karl-Otto Stöhr exerceu papel importante nas fases de formação, consolidação, desenvolvimento do ensino e pesquisas em Álgebra Abstrata, em particular, em Geometria Algébrica.

## **O Desenvolvimento**

A partir dos anos 1980 foi iniciada a fase de desempenho e de desenvolvimento da pesquisa científica em Matemática em nosso país. Para o desenvolvimento do SNPG o Governo

---

<sup>1</sup> Para detalhes veja (SILVA, 2009, p. 55-63)

Federal criou o Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico – PADCT, o II PNPG (1982-1985) e o III PNPG (1986-1989). Estas metas e ações voltaram-se primordialmente para o desempenho, desenvolvimento e ampliação do SNPG, priorizando a pesquisa científica e tecnológica nas Universidades e nos Institutos de Pesquisa visando o atendimento das prioridades do país.

Até os anos de 1980 as instituições que ofertavam Programas com o curso de doutorado em várias especialidades da Matemática Pura estavam sediadas no eixo São Paulo – Rio de Janeiro – Brasília. As demais Universidades sediadas em outras Regiões do Brasil criaram Programas com oferta de curso de doutorado em Matemática Pura em anos posteriores. Nos anos 1990, pela primeira vez uma instituição sediada na Região Nordeste titulóu um doutor em Matemática Pura. Foi a UFPE.

A partir da década de 2000 a UFRGS e a UFC passaram também a titular doutores em Matemática Pura aumentando a oferta de Programas com o curso de doutorado em Ciências (Matemática). A partir de então, houve um acréscimo no número anual de doutores titulados em Matemática Pura. Porém esse número está, nos dias atuais, aquém das necessidades do país.

Na Tabela 2 listamos as instituições que ofertam atualmente os melhores Programas com cursos de doutorado em Ciências, (Matemática Pura). São os Programas que obtiveram nota 6 e nota 7 (a maior nota é 7) durante a Avaliação Trienal 2007-2009, da CAPES/MEC que foi realizada em 2010. Na Tabela 3, listamos as instituições com os melhores cursos de doutorado em Ciências (Matemática Pura), segundo a avaliação trienal da CAPES/MEC realizada em 2013. O leitor poderá observar em ambas as Tabelas, a hegemonia da Região Sudeste.

Tabela 2. Fonte: CAPES

<b>Instituição</b>	<b>Nota</b>
<b>USP</b>	6
<b>ICMC/USP</b>	6
<b>UNICAMP</b>	7
<b>UFRJ</b>	6
<b>IMPA</b>	7

Tabela 3. Fonte: CAPES. Data de atualização de dados pela CAPES, em 20/03/2015.

<b>Instituição</b>	<b>Nota</b>
<b>USP</b>	6
<b>ICMC/USP</b>	7
<b>UNICAMP</b>	7
<b>UFRJ</b>	7
<b>IMPA</b>	7
<b>PUC-RIO</b>	6
<b>UnB</b>	7
<b>UFC</b>	6

Nas décadas de 1980, 1990, 2000 e 2010 o desenvolvimento da pesquisa em Matemática Pura experimentou um salto qualitativo nas instituições brasileiras. Há atualmente bons cursos de graduação (licenciatura e bacharelado) e bons Programas de pós-graduação *stricto sensu* em Ciências (Matemática) ofertados por instituições públicas.

Nos dias atuais a pesquisa em Matemática produzida nas Universidades e Institutos de Pesquisa brasileiros apresenta grande desenvolvimento e alto estágio de maturidade. Como exemplo, citamos o fato de que o matemático brasileiro Artur Ávila, do IMPA e do CNRS da França, ganhou em 2014 o Prêmio Medalha Fields. São publicados anualmente cerca de mil e duzentos (1200) artigos nas subáreas e especialidades da Matemática (Pura e Aplicada).

Desse total são publicados artigos em diversas subáreas e especialidades da Matemática Pura como: Análise Matemática, Análise Funcional Não Linear, Álgebra e Teoria dos Números, Álgebra Comutativa, Geometria Algébrica, Geometria Diferencial, Sistemas Dinâmicos, Equações Diferenciais Ordinárias, Equações Diferenciais Parciais, Curvas Algébricas, Teoria de Lie e Aplicações, Teoria de Grupos, Anéis e Aplicações, Álgebra Homológica e de Koszul, Teoria Algébrica de Singularidades, Geometria Extrínseca de Variedades Algébricas, Teoria de Grafos, Teoria dos Matróides, Geometria Biracional das Variedades Projetivas,  $C^*$ -Álgebras, Quase Grupos e suas Representações, Equações Ordinárias e Funcionais, Equações Não Lineares da Física Matemática, Estabilização e Controle de Sistemas Distributivos, Teoria Geométrica de Controle e Dinâmica Topológica etc.

Nas subáreas e especialidades de Análise Matemática, Geometria Diferencial, Sistemas Dinâmicos e Álgebra Abstrata, bem como na fronteira comum entre essas subáreas e especialidades, são desenvolvidas pesquisas nas instituições que citaremos na continuação. Elas nos fornecem o estado da produção científica para essas subáreas e especialidades. Para esse contexto usaremos também informações que existiam no Programa PRONEX/CNPq. Não temos informações atuais sobre a continuidade desses projetos.

### **Análise Matemática**

A pesquisa em Análise Matemática se espalhou a partir das Instituições de Ensino Superior sediadas nas cidades do Rio de Janeiro e São Paulo para várias instituições brasileiras. A partir dos anos 1970 docentes de várias Universidades brasileiras foram enviados para obter seus doutorados em Análise em importantes centros estrangeiros e em Universidades sediadas no eixo Rio de Janeiro – São Paulo. Os doutores titulados nessas instituições voltaram para suas instituições de origem, tais como UFPE, UFMG, UFRJ, UFSCar, ICMC/USP, UnB, UFF, UFBA, UFRGS, PUC-Rio, IMPA, UFES, UFG. Com a contratação nos anos 1980 de novos doutores por parte dessas instituições, formaram-se grupos de pesquisa, continuando dessa forma com os trabalhos de seus orientadores.

Na UFRGS há um grupo de pesquisa em Análise formado por alguns docentes. Este grupo trabalha nas seguintes linhas de pesquisa: Equações Diferenciais Parciais, Análise Funcional, Métodos Probabilísticos em Equações Diferenciais Parciais.

Na UFSM os analistas desenvolvem pesquisas em EDP.

Na UFPR são desenvolvidas pesquisas em EDP.

UTFPR são desenvolvidas pesquisas em: Análise, Análise Funcional, Aritmética de Corpos, EDP, Espaços de Banach.

Na UEM são desenvolvidas pesquisas em Equações Diferenciais Parciais, Estabilização e Controlabilidade de Sistemas de Equações Hiperbólicas.

Na UFSC os analistas desenvolvem pesquisas em Análise Harmônica, K-Teoria, Equações Diferenciais Parciais.

No IME da USP São desenvolvidas pesquisas em: Análise Harmônica e Aplicações a Equações Lineares Degeneradas, Dinâmica de Equação de Evolução, Equações Integrais e Stieltjes, Holomorfia em Dimensão Infinita, Teoria das Funções Generalizadas de Colombeau, Teoria de Integração, Teoria Qualitativa dos Sistemas Dinâmicos, Topologia Geral.

No IMECC da UNICAMP os grupos de pesquisa existentes em Análise desenvolvem pesquisas em: Análise Funcional, Holomorfia e Teoria da Aproximação, Equações Diferenciais Parciais Não Lineares, Análise Harmônica.

No IMPA as pesquisas em Análise são desenvolvidas nas seguintes linhas: EDP da Física Matemática, Problemas Inversos e Aplicações, Sólitons e Análise Não Linear.

Na UFRJ são desenvolvidos projetos de pesquisas em EDP, Análise e Topologia.

Na UFMG são desenvolvidas pesquisas e projetos em EDP.

Na UFG há docentes desenvolvendo pesquisas em Equações diferenciais não Lineares, Análise Funcional Não Linear, EDP.

Na UFF os docentes que trabalham em Análise desenvolvem pesquisas em: Análise Funcional – Classificação Polinomial de Espaços Localmente Convexos Reais ou Complexos, Classificação de Espaços Localmente Convexos sobre Corpos Ultramétricos, Espaços de Tipo (DF), Espaços de Tipo (gDF), Aplicações Bilineares entre Módulos Topológicos, Bomologias e Topologias em Módulos, as Propriedades de Banach-Steinhaus e do Gráfico no Contexto dos Módulos Topológicos. Equações em Derivadas Parciais – Existência, Unicidade e Decaimento de Soluções de Problemas Não Lineares em Domínios Cilíndricos e Não Cilíndricos, Controlabilidade Exata Aproximada e Nula de Equações de Evolução Lineares e Não Lineares, Problemas de Controle Hierárquico para Sistemas Parabólicos.

Atualmente no Brasil a pesquisa em Equações Diferenciais Parciais Não Lineares é uma subárea muito ativa que conta com a participação de muitos pesquisadores que trabalham em diversas Universidades como: UNICAMP, UnB, IMPA, UFPB, UFV, UFPR, UFSCar, e fizeram parte de projeto PRONEX/CNPq. Os temas trabalhados no PRONEX: Equações Diferenciais Parciais não - Lineares são: Equações Elípticas Quasilineares, Sistemas Hamiltonianos. Estes temas têm desdobramentos e aplicações em diversas áreas do conhecimento humano como: Física Teórica, Biologia e Geometria Diferencial.

Nessa subárea da Análise as principais especialidades de pesquisa no Brasil são as seguintes: Equações e Sistemas Elípticos Não Lineares; Equações Diferenciais Parciais e Dinâmica dos Fluidos; Equações Dispersivas Não Lineares; Equações de Evolução Não Lineares; Equações Hiperbólicas Não Lineares.

Equações e Sistemas Elípticos Não Lineares, por exemplo, recebem uma forte motivação de várias outras ciências, pelas aplicações que têm. Diversos fenômenos são

modelados por equações elípticas. Esta é uma área de pesquisa que tem evoluído muito desde a segunda metade da década de 1980 e os matemáticos brasileiros que a ela se dedicam têm dado valiosas contribuições para sua evolução. Um dos motivos para essa evolução é o fato dessa área impulsionar o desenvolvimento de outras subáreas da Matemática, além de ter múltiplas aplicações. Os principais centros de pesquisa em Equações e Sistemas Elípticos Não Lineares estão no IMECC da UNICAMP, UnB, UFMG, UFV, UFPB e UFCG.

Na UNESP de S. J. do Rio Preto os pesquisadores desenvolvem pesquisas em Equações Diferenciais Parciais, Funções Especiais e Polinomiais Ortogonais, Teoria do Controle e Otimização.

Na UNESP de Rio Claro há um grupo de pesquisas que desenvolve trabalhos em Análise na especialidade de Equações Diferenciais.

Os grupos de pesquisa já consolidados e existentes em várias instituições têm produzido pesquisa matemática de ponta. Nos dias atuais as pesquisas em Análise se direcionaram para várias especialidades, como por exemplo, em: Teoria Local de Formas Automórficas e Operadores Lipschitzianos, Equações Diofantinas, Equações Diferenciais e Suas Simetrias, Equações Integro-Diferenciais, Sistemas de Equações e Derivadas Parciais, Métodos Probabilísticos em Equações Diferenciais Parciais, Teoria das Singularidades, Análise Funcional Não Linear, Equações Diferenciais Parciais Não Lineares, Controle Ótimo de Sistemas Governados por Equações Diferenciais Parciais Não Lineares, Inequações Variacionais, Equações Diferenciais Ordinárias, Análise Harmônica, Análise Funcional, Teoria Espectral, Teoria do Espalhamento para Equações Elípticas e Hiperbólicas, Sólitons (são ondas de grande amplitude que se propagam em meios não lineares e interagem sem mudanças substanciais na sua forma), Sistemas Hamiltonianos, Espalhamento Inverso e Análise Global, Equações Diferenciais da Física Matemática, Problemas Inversos e Aplicações.

Na UFPI os analistas desenvolvem pesquisas em: EDP Elípticas de Evolução, EDP Não Lineares de Evolução, EDP de Evolução do Tipo Dispersivas.

Na UFPA são desenvolvidos projetos de pesquisas em: EDP, EDO e Suas Aplicações.

### **Geometria Diferencial**

A partir dos geômetras do IMPA, do IMECC da UNICAMP, do IME da USP, do ICMC da USP, do IM da UFRJ e da UnB, com suas descendências matemática, o ensino e a pesquisa em Geometria Diferencial e Riemanniana se estenderam por várias regiões do país. Atualmente há grupos de pesquisa consolidados nesta área e trabalhando em diversas Universidades brasileiras como: UFRJ, UFPE, UnB, USP, UNICAMP, UFSCar, UFC, UFMG, ICMC da USP, UFRGS, UFF, UFBA, UFPB, UFAL, UFAM, UFES, UFG dentre outras.

No IME da USP há quatro grupos de pesquisa desenvolvendo trabalhos em Geometria Diferencial e envolvendo docentes e alunos dos cursos de mestrado e doutorado. São os seguintes os grupos:

### 1. Geometria Diferencial – Subvariedades Mínimas e Folheações

Este grupo trabalha com as seguintes linhas de pesquisa: Entropia de Folheações; Folheações Geométricas; Geometria Equivalente; Subvariedades Mínimas; Teoria de Subvariedades; Teoria de Morse e Problemas Variacionais; Geometria Riemanniana e Lorentziana com Aplicações; Métodos Homológicos e Simpléticos em Geometria e Análise; Grupos de Transformações de Lie em Geometria Riemanniana; Espaços Simétricos Riemannianos.

### 2. Geometria Sub-Riemanniana

Grupo que desenvolve pesquisas nas seguintes linhas: Teoria de Controle; Generalização da Geometria Riemanniana; Difusão em Variedades; Análise de Operadores Hipoelepticos; CR Geometria; Grupos com Crescimento Polinomial.

### 3. Sistemas Diferenciais e Pseudogrupos de Lie

Este grupo desenvolve pesquisas nas seguintes linhas: Equivalência de Subvariedades de Espaços Homogêneos; Pseudogrupos de Lie e Álgebras de Lie Intransitivas; Folheações Riemannianas Singulares; Aplicações da Teoria Geométrica e Equações e Derivadas Parciais às Folheações com Estrutura Transversa e às Classes Características de Folheações.

### 4. Topologia Algébrica e Geométrica

O grupo trabalha com as seguintes linhas de pesquisa: Teoria de Ponto Fixo; Coincidência; Teoria de Ponto Fixo Equivariante; Imersões; Topologia das Singularidades. P-Localização de Grupos e Espaços Nilpotentes.

Na UFRGS os docentes que trabalham em Geometria Diferencial desenvolvem pesquisas em: Geometria Diferencial e Topologia, Sistemas Dinâmicos, Teoria Ergódica, Singularidades de Aplicações Analíticas.

Na UFSM há um grupo de pesquisas que desenvolve trabalhos em Geometria Diferencial.

Na UFPR docentes desenvolvem pesquisas em: Geometria Diferencial, Álgebras de Operadores, Geometria de Finsler, Topologia de Fibrados, Superfícies Imersas em Variedades Subriemannianas de Contacto.

Na UEM os geômetras desenvolvem pesquisas em Geometria Diferencial e Singularidades e na fronteira da Geometria com Sistemas Dinâmicos, Topologia e Análise.

Na UFSC são desenvolvidas pesquisas em Geometria Diferencial, Topologia Geométrica e Análise Global.

No IMECC da UNICAMP há um grupo de pesquisa em Geometria Diferencial já consolidado e de prestígio nacional e internacional. Seus membros têm formado vários doutores e trabalham basicamente nas seguintes especialidades: Geometria Diferencial, Problemas Variacionais Geométricos, Problemas Isoperimétricos, Aplicações de Grupos de

Transformações à Geometria, Teoria de Calibre, Geometria Algébrica, Física Matemática, Álgebras de Lie e Grupos Quânticos, Teoria de Representação, Métodos Algébricos em Física Matemática, Ação de grupos em Variedades.

Na UnB há um grupo de pesquisa já consolidado em Geometria Diferencial que tem formado diversos doutores, e que desenvolve trabalhos nas seguintes linhas de pesquisa: Imersões Isométricas, Aplicações da Geometria a Equações Diferenciais Não Lineares, Computação Gráfica em Geometria Diferencial, Métricas Conformes e Tensores de Ricci.

O ICMC da USP há um grupo de pesquisa de prestígio nacional e internacional, que desenvolve pesquisa em Geometria Diferencial nas seguintes especialidades: Singularidades de Aplicações Diferenciáveis, Sistemas Dinâmicos com Comportamento Hiperbólico, Teoria Ergódica, Topologia Algébrica, Topologia Diferencial, Topologia Geométrica, Dinâmica Unidimensional, Variedades Diferenciáveis.

Na UFSCar os geômetras desenvolvem pesquisas em: Geometria de Variedades Riemannianas, semi-Riemannianas e Ações de Grupos de Lie; Teoria de Morse e Geometria Diferencial Global; Problemas de Classificação e Caracterização das Imersões Isométricas; Imersões de Curvatura Média Constante; Subvariedades Pseudo-Paralelas em Formas Espaciais Reais, Lorentzianas e Complexas; Problema de Bjorling em Variedades Tridimensionais; Transformações de Subvariedades; Rigidez e Deformações Isométricas e Conformes de Subvariedades; Subvariedades com Curvatura Seccional Constante; Subvariedades Lagrangeanas; Subvariedades de Dupin; Geometria Diferencial e uso de tecnologias.

Na UNESP de S. J. do Rio Preto são desenvolvidas pesquisas em Geometria e em Sistemas Dinâmicos nas seguintes especialidades: Sistemas Dinâmicos e Singularidades, Teoria da Gravitação e Geometrias Hipercomplexas.

Na UNESP de Rio Claro há um grupo de pesquisas que desenvolve trabalhos em Topologia Algébrica, Diferencial e Geométrica.

No IM da UFRJ são desenvolvidas pesquisas em: Subvariedades de  $r$ -Curvatura Média  $H_r$  Constante; Problema de Dirichlet para Curvatura Média Constante, Problema de Plateau em  $S^3$ ; Problema Isoperimétrico; Espaços Homegêneos; Geometria Conforme e Propriedades Espectrais em Variedades Riemannianas; Superfícies Mínimas e de Média Curvatura Constante; Geometria de Subvariedades com  $r$ -ésima Curvatura Média Constante.

Na UFMG os geômetras desenvolvem pesquisas em: Topologia Diferencial-Dinâmica de Folheações; Geometria de Topologia, Singularidades de Aplicação e Dinâmica Holomorfa, Geometria Diferencial, Análise Geométrica.

Na UFG são desenvolvidas pesquisas em: Superfícies Mínimas de Laguerre, superfícies em Espaços Conformemente Flat, Superfícies Weingarten Generalizadas.

Na UFPE são desenvolvidas pesquisas em: Geometria Diferencial com EDP; Métricas Hiperkähler em Órbitas Coadjuntas e Grupos de Laços.

Na UFC os geômetras desenvolvem pesquisas em: Hipersuperfícies em Variedades de Lorentz; Classificação de Hipersuperfícies em Variedades Riemannianas; Imersões Isométricas em Espaços de Curvatura Constante; Imersões de Hipersuperfícies de Curvatura Média Constante em Espaços de Curvatura Constante.

Na UFPI os geométricos desenvolvem pesquisas em: Geometria Global de Variedades Riemannianas, Geometria de Variedades de Einstein e Condição de Einstein Generalizada, Geometria de Subvariedades, Análise Geométrica.

Na UFPA são desenvolvidas pesquisas em: Geometria das Subvariedades, Geometria Subriemanniana, Geometria Diferencial.

Os geométricos do IMPA desenvolvem pesquisas em: Subvariedades Mínimas e de Curvatura Média Constante; Variedades Riemannianas; Imersões Isométricas.

Na UFF os geométricos desenvolvem pesquisa nas seguintes linhas: Existência e Classificação de Superfícies Mínimas Completas e Mergulhadas em  $R^3$ ; Existência e Classificação de Superfícies Mínimas Completas em  $R^3$ , de Curvatura Total Finita e Possuindo todos os seus Fins Mergulhados e Planares; Relação entre tais superfícies e as chamadas imersões de Willmore em  $R^3$ ; Estudo do comportamento da função de Gauss de uma superfície de curvatura média constante não nula em  $R^3$ .

Os geométricos da UFES desenvolvem pesquisa na linha *Um Problema de Bordo Livre para a Curvatura Escalar*. Nesta linha é estudada a geometria das hipersuperfícies com curvatura escalar constante no espaço euclidiano e com bordo livre sobre a fronteira de um corpo complexo.

Na UFPB são desenvolvidos projetos de pesquisas em: Geometria Diferencial e Topologia; Superfícies Imersas em Esferas de Dimensão Ímpar; EDP Elípticas; Métricas em Regiões Planas.

Na UFAL os geométricos desenvolvem pesquisa em: Geometria Conforme e Propriedades Espectrais em Variedades Riemannianas; Geometria das Subvariedades; Hipersuperfícies de Curvatura Prescrita; Imersões Isométricas em Formas Espaciais.

Na UFBA há um promissor grupo de geométricos que desenvolve pesquisas em: Imersões Isométricas e Imersões Conformes; Hipersuperfícies de Curvatura Média Constante; Desigualdades Geométricas e Geometria Integral.

Na UFAM os geométricos desenvolvem as seguintes linhas de pesquisa: Variedades Kählerianas; Imersões Isométricas; Superfícies Mínimas; Aplicações Harmônicas e Pluriharmônicas.

Em geral podemos dizer que os diversos tópicos de pesquisa em Geometria Diferencial desenvolvidos no Brasil estão incluídos nos grandes temas: Geometria intrínseca e geometria das subvariedades.

Os pesquisadores brasileiros que trabalham em Geometria Diferencial mantêm colaboração e intercâmbio científico com pesquisadores da Alemanha, Canadá, China, Espanha, EUA, França, Itália, México e Portugal.

### **Geometria Simplética**

Geometria Simplética é a geometria das variedades munidas de uma 2-forma fechada e não degenerada. É um ramo da Geometria Diferencial de grande interesse por parte de pesquisadores e com várias aplicações.

Um dos grandes propulsores do desenvolvimento atual da Geometria Simplética foi a criação, a partir dos anos 1980, de novas técnicas e resultados que constituíram o que atualmente é conhecido por Topologia Simplética.

Outra fonte importante que tem contribuído para o desenvolvimento, crescimento e difusão da Geometria Simplética é seu papel interdisciplinar na Matemática interagindo com Topologia Algébrica, com Teoria de Representações e Grupos de Lie, com Geometria Algébrica, com Dinâmica Conservativa, com Análise Microlocal, com Física Matemática, com Teoria de Calibre e Espaços de Moduli, com Sistemas Integráveis e Grupos Quânticos, com Teoria de Cordas etc. Veja (CRAIZER, M.; DOMITRZ, W.; RIOS, P. de M., 2015), (DOMITRZ, W.; RIOS, P. de M., 2014), (DOMITRZ, W.; MANOEL, M.; RIOS, P. de M., 2013), (BURSZTYN, H.; MACARINI, L., 2006).

A Geometria Simplética possui no Brasil diversos grupos de pesquisa instalados em Universidade e Institutos de pesquisa, cuja produção científica é crescente a partir dos anos 1980. Estes grupos estão instalados em instituições sediadas em várias regiões, com predominância na Região Sudeste como UFF, IMPA, UFRJ, PUC-Rio, IME/USP, ICMC/USP e desenvolvem trabalhos, dentre outros tópicos, em: Geometria Simplética equivariante: ações Hamiltonianas e aplicações momento. Variedades de Poisson e Geometrias relacionadas: estruturas de Dirac e Algebroides de Courant, Geometria Complexa generalizada. Grupoides e Algebroides de Lie. Geometria de Poisson e quantização por deformação; relações com Geometria não-comutativa; Grupoide Simplético. Capacidades Simpléticas e órbitas periódicas em níveis de energia. Métodos homológicos em Geometria Simplética.

Os pesquisadores da UFF, UFRJ, IMPA e PUC-Rio que trabalham nesta especialidade criaram O Seminário Simplético Conjunto Rio, evento com encontros mensais e com duas palestras ministradas por pesquisadores locais ou convidados, que abordam temas relacionados à Geometria Simplética, em sentido amplo.

As palestras têm abordado temas como: Higher dimensional symplectic embeddings and the Fibonacci staircase; Metrics on fibred Lie groupoid; A new cobordism; Basic gerbil representations of compact Lie groups; Nonabelian Lie algebroid extensions; Generalized complex geometry guided tour etc.

Os principais grupos de pesquisa em Geometria Simplética estão estabelecidos nas seguintes instituições: UFF, UFRJ, IMPA, PUCRio, IME/USP, ICMC/USP, UFPR.

### **Sistemas Dinâmicos**

Em instituições como IME da USP, IMPA UFRJ, UFF, UFMG, UFG, UFRGS, ICMC da USP e IMECC da UNICAMP, UFSC, UFBA, UNESP/SJRP há grupos de pesquisa consolidados que desenvolvem pesquisas em Sistemas Dinâmicos.

Na UFMG há um grupo formado por vários docentes que se dedicam a pesquisas em Sistemas Dinâmicos, Teoria das Folheações/Geometria Algébrica, Topologia das Variedades, Análise Geométrica.

Na UFG são desenvolvidas pesquisas em: Sistemas com Relê, Campos de Vetores Polinomiais Planares, Estabilidade Estrutural e Estabilidade Assintótica em Sistemas Descontínuos, Teoria Geométrica das Equações Diferenciais, Linhas de Curvatura e Linhas

Assintóticas, Linhas de Curvatura e Bifurcação, Equações Diferenciais da Geometria Clássica, Sistemas Dinâmicos.

Na UFBA há um grupo de docentes que trabalha em Teoria Ergódica de Sistemas Caóticos.

Há nesta subárea da Matemática Projetos PRONEX e um deles é o Projeto: *Teoria Qualitativa das Equações Diferenciais Ordinárias (TQEDO)* do qual fazem parte docentes pertencentes às seguintes instituições: IMPA, USP, UNICAMP compondo grupos de pesquisa que trabalham nos seguintes temas: Equações Diferenciais na Geometria Diferencial Clássica; Estabilidade Assintótica Global; Bifurcações de Codimensão 3 de Campos de Vetores; Sistemas Reversíveis; Campos de Vetores Descontínuos; Fluxos em Variedades de Dimensão 2 e 3 e Transformações Afins de Intervalos; Decomposição Focal, Closing Lemma de Classe C.

As principais linhas em pesquisas desenvolvidas em Sistemas Dinâmicos por diversos grupos que trabalham em várias instituições espalhadas pelo país, são: Aspectos Topológicos em Sistemas Conservativos; Teoria das Singularidades e Teoria dos Sistemas Dinâmicos; Estabilidade Ergódica de Sistemas Conservativos; Atratores e Classes Homoclínicas; Bilhares; Dinâmica Complexa; Dinâmica de Folheações; Mecânica Celeste; Métodos Computacionais em Sistemas Dinâmicos; Métodos Variacionais; Sistemas Hamiltonianos; Sistemas Lagrangeanos; Teoria Ergódica; Dinâmica Simplética; Bifurcações Homoclínicas e Dimensões Fractais; Dinâmica Unidimensional; Hiperbolicidade Parcial; Decomposição Dominada; Robustez Dinâmica. Equações Diferenciais Ordinárias; Equações de Evolução em Sistemas Dinâmicos; Estabilidade de Lyapunov; Perturbações Singulares; Sistemas Holomorfos e Teoria de Teichmüller; Teoria do Controle; Teoria Ergódica; Singularidades de Aplicações Analíticas; Atratores Estranhos; Medidas Físicas; Estabilidade Estocástica; Dinâmica Simplética; Bifurcações Homoclínicas e Dimensões Fractais; Dinâmica Unidimensional; Expoentes de Lyapunov e Hiperbolicidade Não Uniforme; Hiperbolicidade Parcial; Decomposição Dominada; Robustez Dinâmica.

### **Álgebra Abstrata**

A partir das décadas de 1970 e 1980 diversos grupos têm desenvolvido e consolidado linhas de pesquisa nas seguintes especialidades da Álgebra Abstrata: Grupos Finitos e Grupos de Permutações; Álgebras de Grupos; Anéis de Grupos e Anéis não-Comutativos; Apresentação e Representação dos Grupos  $SL_2$ ; Invariantes e Grupos Definidos por Geradores e Relação; Métodos Computacionais em Teoria dos Grupos; Teoria dos Corpos; Teoria de Anéis; Teoria de Galois; Geometria Finita; Curvas Algébricas e Teoria de Singularidades; Álgebras Associativas; Álgebras Não Associativas; Álgebra Homológica; Álgebra Universal.

Além das linhas de pesquisa acima citadas, há atualmente ainda outras como: Álgebra Comutativa Combinatória; Geometria Algébrica Aritmética; Teoria dos Corpos e Valorizações; Teoria dos Números Algébricos e Cohomologia Galoisiana; Teoria de Semigrupos e Aplicações aos Processos Estocásticos; Teoria de Representação; Grupos Algébricos e Álgebras de Lie; Álgebras de Jordan e suas Representações; Estruturas não-

Associativas, suas Representações, Identidades e Relações: Álgebras de Operadores;  $C^*$  - Álgebras, Representações de Álgebras; Representações de Grupos Algébricos e Teoria dos Invariantes; Grupos Profinitos; Grupos Pro- $p$ ; Corpos Formalmente Reais; Formas Quadráticas; Teoria Analítica dos Números; Topologia Algébrica; Métodos de Grupos Quânticos e Super Álgebras; Métodos de Várias Variáveis Complexas em Geometria Algébrica; Álgebra de Weyl e seus Ideais; Curvas sobre Corpos Finitos; Espaços de Calogero-Moser; Multiplicidades; Half-Automorphisms of Free Automorphic Moufang Loops.

Em resumo podemos informar que os principais grupos de pesquisa no Brasil que trabalham em Álgebra Abstrata se concentram em três grandes subáreas:

1. *Teoria de Grupos*, cujos principais grupos de pesquisa estão situados nas seguintes instituições: IMECC da UNICAMP e UnB;
2. *Teoria de Anéis não Comutativos, Álgebras não- Associativas e Representações Algébricas*, cujos mais destacados grupos de pesquisa estão sediados nas instituições: IME da USP, IMECC da UNICAMP, UFRGS e IM da UFRJ;
3. *Geometria Algébrica e Álgebra Comutativa*, cujos principais grupos de pesquisa estão sediados nas seguintes instituições: IMPA, PUC-Rio, UFPE, UFRGS, IMECC da UNICAMP, UFMG, IM da UFRJ, ICMC da USP, UFES, UFF.

No IMECC da UNICAMP os algebristas trabalham em: Grupos Profinitos, Grupos Discretos, Álgebras de Lie e Álgebras com Identidades Polinomiais, Teoria dos Corpos, Anéis Comutativos com Derivações, Curvas algébricas e Códigos.

No IME da USP são desenvolvidas pesquisas em: Representação e Deformações Quânticas, Álgebras de Lie e Superálgebras, Álgebras de Kc-Moody, Grupos Quânticos, Representações de Álgebras e Quivers, Anéis de Grupos, Álgebras e Módulos de Koszul, Cohomologia de Álgebras, Álgebras não - Associativas, Alternativas e com Identidades Polinomiais, Quase Grupos e suas Representações. No ICMC da USP os algebristas desenvolvem pesquisa em Álgebra de Weyl e seus Ideais, Curvas sobre Corpos Finitos, Espaços de Calogero-Moser, Multiplicidades, Grupo de Bauer.

Na UNESP de S. J. do Rio Preto os algebristas desenvolvem pesquisas em Álgebra Comutativa e em Geometria Algébrica.

No IMPA os algebristas desenvolvem pesquisas nas seguintes áreas: Álgebra Comutativa; Geometria Algébrica, Teoria dos Números. Os pesquisadores do IMPA desenvolvem contribuições em Geometria Algébrica que estuda a classificação, as propriedades de interseção e as singularidades de conjuntos definidos por equações polinomiais a várias variáveis. No aspecto local a Geometria Algébrica pode ser expressa na linguagem da Álgebra Comutativa. Globalmente a Geometria Algébrica utiliza métodos cohomológicos. Os algebristas do IMPA também têm dado fortes contribuições em corpos de funções em característica  $p$ , espaços de *moduli*<sup>2</sup>; em Aritmética das curvas Elípticas e Formas Modulares.

---

<sup>2</sup> *Moduli theory* é uma área da Geometria Algébrica de forte vitalidade de pesquisas nos dias atuais. Nos últimos quinze anos ela experimentou um grande desenvolvimento.

Na UnB os algebristas desenvolvem pesquisa em: Grupos Profinitos, Grupos de Burnside, Automorfismos de Árvores, Álgebras de Lie Associadas a Grupos, Identidades de Grupos e Álgebras, Solubilidade e Subnormalidade de Grupos.

Na UFMG os algebristas desenvolvem pesquisas em: Geometria Enumerativa, Folheações (métodos algébricos), Álgebra Comutativa, Álgebras com Identidades Polinomiais, Álgebras de Grupos, Teoria Geométrica de Grupos, Teoria de representações.

Na UFG há especialistas que desenvolvem pesquisas em: Teoria de Grupos, Grupos e Álgebras de Lie, Formas Algébricas de Lie, Álgebras de Lie do Tipo de Cartan, Variedades e o Problema Restrito de Burnside.

No IM da UFRJ as pesquisas em Álgebra são desenvolvidas em: Geometria Algébrica Aritmética, Derivação e Folheações (métodos algébricos), Representação de Grupos, Teoria de Anéis.

Na UFPE são desenvolvidos projetos de pesquisa em: Geometria Biracional das Variedades Projetivas, Homologia e Aritmética de Álgebras Graduadas e Locais.

Na UFRGS são desenvolvidas pesquisas nas seguintes especialidades da Álgebra: Anéis Comutativos com derivação, Teoria  $p$ -Ádica, Multiplicidades de Módulos, Transformações de Cremona, Propriedades Especiais e anéis não-Comutativos, Representações de Álgebra.

Na UFSM há um grupo de pesquisas desenvolvendo trabalhos em Álgebra Abstrata.

Na UFPR docentes desenvolvem pesquisas em: Representações de Álgebras, Álgebras de Artin, Quiver de Auslander-Reiten, Teoria Algébrica de Códigos, Álgebras de Hopf.

Na UTFPR docentes desenvolvem pesquisas em: Álgebra de Operadores:  $C^*$  - Álgebras,  $K$  - Teoria; Álgebra Linear: Autovalores, Autovetores, Mínimos Quadrados, Ortogonalidade; Teoria de Galois: Teoria de Corpos e  $K$  - Álgebras, Teoria de Valorização.

Na UEM são desenvolvidas pesquisas em Teoria dos Grupos, Anéis e Aplicação, Teoria de Lie e Aplicação.

Na UFSC os algebristas desenvolvem pesquisas em Álgebra de Operadores, Álgebra não-Comutativa, Anéis, Módulos, co-Álgebra,  $C^*$ -álgebras, co-Módulos, Álgebras de Hopf.

Na UFC os algebristas desenvolvem pesquisa em: Álgebra Comutativa e em Teoria dos Grupos.

Na UFCG os algebristas desenvolvem pesquisa em: Álgebra não-Comutativa, Álgebras com Identidades Polinomiais, Teoria dos Grafos, Teoria das Matrôides.

Na UFPB há um grupo emergente de algebristas trabalhando em Álgebra Comutativa, Geometria Algébrica.

Na UFBA os docentes desenvolvem pesquisa em: Álgebras de Rees Simbólicas Associadas a Ideais Monomiais. Há um grupo de pesquisa trabalhando em Álgebra Comutativa.

Na UFF os algebristas desenvolvem pesquisa em Geometria Algébrica onde são feitas pesquisas com Geometria Extrínseca das Variedades Imersas em Espaços Projetivos e em Espaços Grassmannianos. E em Teoria dos Números, subárea na qual os algebristas trabalham com Formas Automorfas e Representações de Galois, e com o Cálculo Explícito

de Formas Cuspiais sobre um Corpo Imaginário Quadrático, o que envolve a computação algébrica intensiva.

Na UERJ há um grupo emergente que desenvolve pesquisas em: Geometria Algébrica, Álgebra Comutativa.

Na UFES há docentes que desenvolvem pesquisas em Curvas Algébricas; em Álgebra Homológica e de Koszul.

No Projeto PRONEX/CNPq as informações que existiam são: *Álgebra Comutativa e Geometria Algébrica* do qual participavam docentes pertencentes às instituições: UFF, UFBA, IMPA, UFMG, UFPE, UFRJ e UNICAMP os resultados das pesquisas desenvolvidas se encontram nas seguintes especialidades: Variedades Secantes, Tangenciais, Osculantes, Duais e suas Álgebras Associadas; Construções de Compactificações e suas Aplicações na Teoria de Pontos de Weierstrass; Cotas para Pontos Racionais em Curvas ou Famílias de Curvas Algébricas sobre Corpos Finitos e suas aplicações à Teoria de Números e à Teoria de Códigos; Construção de Módulos Irreduzíveis ou Holônomos sobre a Álgebra de Weyl.

### **Geometria Algébrica**

A partir da segunda metade dos anos 1970, com ênfase a partir dos anos 1980, foi iniciado por matemáticos brasileiros o interesse pelo estudo e a pesquisa em Geometria Algébrica, subárea que exerce importante papel interdisciplinar na Matemática e em outras ciências, ao interagir com a Análise Complexa, com a Álgebra Abstrata, com a Geometria Simplética, com a Geometria Diferencial, com a Estatística, com a Biologia, com a Robótica, com a Topologia, com a Teoria dos Números etc. Certamente que este fato tem contribuído também para o seu desenvolvimento crescente como área de pesquisa.

Ao leitor não familiarizado com o estudo da Geometria Algébrica podemos informar que, no Brasil, suas primeiras noções foram estimuladas por Giacomo Albanese, matemático italiano que trabalhou, como professor visitante, na FFCL/USP nos anos 1930 e início dos anos 1940. Os estudos e pesquisa regulares em Geometria Algébrica foram introduzidos no país por Oscar Zariski, André Weil e Alexander Grothendieck, três importantes matemáticos, que nos anos 1940, os dois primeiros, e nos anos 1950, o último, trabalharam como professores visitantes na FFCL/USP.

Foi o matemático francês Jean-Pierre Serre que na segunda metade dos anos 1950 relacionou a Geometria Algébrica à Geometria Analítica (SERRE, 1956). Podemos dizer de modo simples e geral, que a Geometria Algébrica estuda curvas, superfícies e seus equivalentes em dimensão superior, definidos por sistemas de equações polinomiais e relaciona suas propriedades com as propriedades algébricas dos anéis de polinômios que eles determinam. Em outras palavras, a Geometria Algébrica estuda propriedades de espaços localmente definidos por equações polinomiais. Ao leitor interessado sobre as origens da Geometria Algébrica, sugerimos (VAN DER WAERDEN, 1971), (ABHYANKAR, 2002), (WEIL, 1962).

Atualmente diversos matemáticos desenvolvem linhas de pesquisa em Geometria Algébrica que abordam tópicos como: espaço de moduli de curvas, folheações, fibrações por curvas não-lisas, mapas de Abel e variedades de Brill-Noether, singularidades de

curvas, webs. Eles trabalham nas seguintes instituições: UEM, USP, ICMC/USP, UNICAMP, UNESP/SJRP, UFF, UFMG, UFRJ, IMPA, PUC-Rio, UFES, UFBA. Na UFF há um evento científico com reuniões regulares, intitulado: Workshop em Teoria Algébrica de Singularidades.

As principais linhas de pesquisa desenvolvidas no Brasil estão em tópicos como: Integration of complex polynomial differential equations in higher dimension; Lie transverse structure; Log canonical singularities; Singular plane sections of Fermat surfaces and roots of unity; Curvas normais não lisas; Representações de grupos fundamentais de variedades quase-projetivas; On the analytic classification of plane curves germs; Hypersurface singularities and Zariski's multiplicity question; Euler characteristic of the global Milnor fiber ; Milnor number in positive characteristic; Esquema de Hilbert de pontos; Espaços de moduli de feixes; Semigrupos numéricos e torres de corpos de funções; Semigrupos numéricos e curvas algébricas; Semigrupos numéricos e pontos de Weierstrass de curvas algébricas.

### Considerações Finais

No contexto da evolução, consolidação, desempenho e desenvolvimento do ensino e da pesquisa em Matemática no Brasil que ocorreu a partir dos anos 1970, devemos lembrar os matemáticos que nos antecederam e fizeram um excelente trabalho como professores, cientistas e como administradores que, apoiados nas ações e metas criadas e praticadas pelo Governo Federal nos anos 1970, 1980 e 1990, incentivaram com seus trabalhos e ensino a comunidade matemática brasileira, formando discípulos, para que nos dias atuais, a pesquisa científica em Matemática realizada nas instituições brasileiras desfrute de reconhecido prestígio internacional.

Nessas ações destacaram-se e continuam se destacando, as instituições sediadas na Região Sudeste que ofertam bons cursos de graduação e o maior número de Programas com cursos de doutorado em Ciências (Matemática), Tabelas 2 e 3 e, nas quais se concentra a maior produção de artigos publicados (GARCIA, p. 106, 2012. Nesse gráfico estão incluídos artigos publicados em Matemática Pura e em Matemática Aplicada).

A Região Sudeste também se destaca das demais regiões do país como a que mais titula anualmente doutores em Matemática Pura. Mas, o número total de doutores titulados anualmente em Matemática Pura está aquém das necessidades do país (Tabela 1).

O problema que precisa ser resolvido, como sabem os gestores do SNG e do SNPG, reside na pífia titulação anual de doutores em Matemática Pura. Por que esse quadro? Faltam bolsas de estudos? Faltam bons candidatos? Para 2011 o CNPq concedeu **173** bolsas de estudos para o doutorado em Matemática no país (supomos que nesse total estão incluídas bolsas para Matemática Pura e Matemática Aplicada) e **20** bolsas para estágio de pós-doutorado também no país. Para 2013 o CNPq concedeu o total de **860** bolsas de estudos em Matemática para o país. A demanda de bolsas foi de 1.188 bolsas. No total de bolsas concedidas estão incluídas **17** bolsas para pós-doc júnior e **27** bolsas para pós-doc sênior. Supomos que ainda neste total estão incluídas bolsas para o mestrado e para o doutorado em Matemática Pura e Matemática aplicada.

A CAPES não detalha informações sobre a concessão de bolsas por área. Para 2011 encontramos no GEOCAPES a seguinte informação para a área de avaliação Matemática/Probabilidade e Estatística: 398 bolsas para o doutorado no país e 45 bolsas para estágio de pós-doutorado no país. Para o ano de 2014: Doutorado 4.511 bolsas; Pós-Doutorado 578 bolsas. Nesses totais supomos que estão incluídas bolsas para Matemática Pura, Matemática Aplicada, Probabilidade/Estatística.

Incrementar fortemente a titulação de doutores em Matemática Pura e desenvolver o estágio de pós-doutorado em Matemática, operacionalizar, via projetos, a internacionalização das Universidades de pesquisa são desafios inadiáveis que devem ser enfrentados e solucionados pelos gestores do SNPG para atender a demanda crescente da nação.

A solução desse problema atualmente é incerta levando-se em consideração o quadro de desorganização da macroeconomia brasileira. No Brasil atual há por parte da comunidade acadêmica brasileira: desânimo, descrença, falta de perspectivas, grande possibilidade de perda de avanços conquistados e de retrocesso. Sabe-se que o Governo Federal já anunciou a redução de valores substanciais no orçamento anual para financiamentos em C & T e em Ensino Superior.

## **Bibliografia**

- ABHYANKAR, Shreeram S. *A Perspective on Algebraic Geometry*. Bull. Braz. Math. Soc., v. 33, n° 2, p. 177-199, 2002.
- AVILA, Artur; FORNI, G. *Weak mixing for interval exchange transformations and translation flows*, Annals of Mathematics, v. 165, n° 2, p. 637-664, 2007.
- AVILA, Artur; SJITOMIRSKAYA, S. *The Ten Martini Problem*, Annals of Mathematics, v. 170, n° 1, p. 303-342, 2009.
- AVILA, Artur; DELECROIX, V. *Weak mixing directions in non-arithmetic Veech surfaces*, preprint 2013.
- BURSZTYN, H.; MACARINI, L. *Introdução à Geometria Simplética*. Rio de Janeiro: IMPA, XIV Escola de Geometria Diferencial, 2006.
- CAPES. *IV Plano Nacional de Pós-Graduação, 2005-2010*. Brasília, dezembro de 2004.
- \_\_\_\_\_. *Plano Nacional de Pós-Graduação, 2011-2020*. Brasília, dezembro de 2010.
- CARMO, Manfredo do. *Pesquisa em Geometria Diferencial no Brasil*. Matemática Universitária, n° 26/27, p. 1-27, 1999.
- CORRÊA, Francisco Júlio S. A. (Ed.). *International Meeting on Differential Equations*. Matemática Contemporânea, v. 32, 2007.
- CRAIZER, MARCOS; DOMITRZ, WOJCIECH; RIOS, PEDRO DE M.. *Even dimensional improper affine spheres*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 421, n. 2, p. 1803-1826, 2015. Citações Web of Science: 1. (13/04630-9)
- DOMITRZ, WOJCIECH; RIOS, PEDRO DE M. *Singularities of equidistants and global centre symmetry sets of Lagrangian submanifolds*. Geometriae Dedicata, v. 169, n. 1, p. 361-382, 2014. Citações Web of Science: 1. (10/15179-8)

- DOMITRZ, WOJCIECH; MANOEL, MIRIAM; RIOS, PEDRO DE M. *The Wigner caustic on shell and singularities of odd functions*. J. of Geometry and Physics, v. 71, p. 58-72, 2013. Citações Web of Science: 1. (10/15179-8)
- GARCIA, Ronaldo A. *Aspectos da História da Sociedade Brasileira de Matemática (1969-2011)*. RBHM, v. 11, n° 23, p. 99 – 109, 2012.
- HORVÁTH, John. *The life and work of Leopoldo Nachbin*. In BARROSO, Jorge Alberto (Ed.). *Aspects of Mathematics and its application*. New York: Elsevier Science Publishers, 1986.
- MEDEIROS, Luis Adauto; MIRANDA, M. Milla. *Espaços de Sobolev*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2000.
- MEDEIROS, Luis Adauto. *Trajeto da Matemática no Rio de Janeiro*. Ciência e Sociedade n° 003/01, CBPF, 2001.
- MOTOYAMA, Shozo (Org.). *50 Anos do CNPq Contados por seus Presidentes*. São Paulo: FAPESP, 2002.
- MUJICA, Jorge. *Os Trabalhos de Leopoldo Nachbin (1922 – 1993)*. Revista Matemática Universitária, n° 16, p. 22 – 36, 1994.
- NACHBIN, Leopoldo. *Espaços Vetoriais Topológicos*. Rio de Janeiro: Notas de Matemática n° 4, 1948.
- \_\_\_\_\_. *Sur les Algèbres Denses de Fonctions Différentiables Sur Une Variété*. C. R. Acad. Sci. Paris, 228. p. 1549-1551, 1949.
- \_\_\_\_\_. *A Theorem of the Hahn-Banach Type for Linear Transformations*. Trans. Amer. Math. Soc. v. 68, p. 28-46, 1950.
- PEIXOTO, Mauricio Matos. *Sur la Classification des Équations Différentielles*. C. R. Académie des Sciences de Paris, v. 272, p. 262-265, 1971.
- \_\_\_\_\_. *On the Classification of Flows on 2-Manifolds*. Proceedings of the International Symp. of Dynamical Systems, p. 389-419, 1973.
- RODRIGUES, Alexandre A. Martins. *Teoria das Superfícies de Riemann*. Rio de Janeiro: IMPA, Notas de Matemática n° 26, 1961.
- RUAS, Maria Aparecida S. *Matemática no Brasil. Panorama e Desafios*. Rio de Janeiro: Fórum de Pesquisa e Pós-Graduação, 18 de fevereiro de 2008.
- SERRE, Jean-Pierre. *Géométrie Algébrique et Géométrie Analytique*. Annales de l'institute Fourier, tome 6, p. 1-42, 1956.
- SILVA, Ana Cannas da. *Introduction to Symplectic and Hamiltonian Geometry*. Rio de Janeiro: IMPA, Publicações Matemáticas, 2002.
- SILVA, Clóvis Pereira da. *Início e Consolidação da Pesquisa Matemática no Brasil*. Brasília: Edições do Senado Federal, v. 98, 2008.
- \_\_\_\_\_. *Aspectos Históricos do Desenvolvimento da Pesquisa Matemática no Brasil*. São Paulo: SBHMat/Editora Livraria da Física, 2009.
- \_\_\_\_\_. *Development of Teaching and Research in Pure Mathematics in Brasil*. RBHM, v. 11, n° 22, p. 159-174, 2011.
- SILVA, Clóvis Pereira da; AZEVEDO, Alberto. *Mestrados e Doutorados em Matemática Obtidos no Brasil a Partir de 1942*. Acessível in [www.sbhmat.com.br](http://www.sbhmat.com.br)
- SIMIS, Aron. *Álgebra no país: State of the art. Avanços e perspectivas da área*. Recife: 24 de janeiro de 2007.

VAN DER WAERDEN, B. L. *The Foundations of Algebraic Geometry from Severi to André Weil*. Arch. Hist. Exact Sci., v. 7, n° 3, p. 171-180, 1971.

WEIL, André. *Foundations of Algebraic Geometry*. Colloquium Publications, v. 29, Amer. Math. Soc., New York City, 1946. Second edition, Providence, RI: AMS, 1962.

**Clóvis Pereira**

UFPR – Curitiba - Brasil

**E-mail:** [clovisps@uol.com.br](mailto:clovisps@uol.com.br)