Traduções
Edição Especial da Revista Brasileira de História da Matemática – Vol. 21 n° 42 pp. 1–13
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

A Medida do Círculo: Uma tradução do texto ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ de Arquimedes

Guilherme Luiz Grudtner

Fábio Maia Bertato

Itala M. Loffredo D'Ottaviano
Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência - CLE
Departamento de Filosofia
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - Brasil

(aceito para publicação em Novembro de 2020)

Resumo

Este artigo apresenta uma tradução para o português do texto ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ*(Kyklôu Métrēsis) – A Medida do Círculo*, a partir do original grego escrito pelo matemático Arquimedes de Siracusa.

Palavras-Chave: Arquimedes, Geometria Grega, Círculo, Medida, Medida do Círculo, Tradução.

[The Measurement of the Circle: A translation of the Archimedes' text ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ]

Abstract

This paper presents a translation from Greek to Portuguese of the text ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ*(Kyklôu Métrēsis)*, written by the mathematician Archimedes of Syracuse.

Keywords: Archimedes, Greek Geometry, Circle, Measure, Measure of the Circle, Translation.

Introdução

Arquimedes de Siracusa foi um matemático, físico, astrônomo e engenheiro grego que viveu no século III a.C. (c. 287 a.C. – c. 212 a.C.). Sobre sua biografia, restam-nos pouquíssimos dados, dentre os quais, alguns fatos pitorescos. Porém, seus trabalhos tiveram enorme influência no desenvolvimento da matemática e da física.

Apresentamos, aqui, uma tradução do texto de Arquimedes intitulado ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ *(Kyklo͡u Métrēsis) - A Medida do Círculo*. A tradução foi efetuada segundo uma perspectiva quase literal. Desse modo, tentamos preservar ao máximo a estrutura original do texto grego, incluindo entre colchetes palavras que podem auxiliar a compreensão do leitor. Tal abordagem pode ocasionar uma sensação de estranheza similar à de quem lê o original, de acordo com o estilo do próprio Arquimedes. Nesse texto, dividido em três proposições, o matemático grego estabelece um modo de se obter a área do círculo, bem como, uma aproximação da razão entre o comprimento do círculo e seu diâmetro, o que nos permite determinar um valor aproximado para a constante π. Diferentemente de outros textos de Arquimedes, este não possui uma carta inicial endereçada a um de seus contemporâneos, explicando o conteúdo ou mostrando a motivação do texto. Além disso, não restam, no texto, muitos traços do dialeto Dórico, empregado por Arquimedes. Tais fatos nos permitem hipotetizar que o texto aqui apresentado, provavelmente, era parte de um tratado maior.

Neste trabalho, constam, em colunas paralelas, o texto original grego e nossa tradução para o português, sendo que o original corresponde ao texto estabelecido pela edição crítica de Heiberg (HEIBERG, 1972). Os números laterais ao texto grego indicam a página em que o texto se encontra na edição de Heiberg; os separadores $\underline{n}$ indicam que o texto à frente da barra se inicia na n-ésima linha. Nas palavras que são hifenizadas, colocamos a barra antes do início da palavra: por exemplo, na página 234, linha 5, a palavra τριγώνου (*trigṓnou*) é hifenizada como τρι-γώνου (*tri-gṓnou*); assim, neste caso, optamos por $\underline{n}$ τριγώνου ($\underline{n}$ *trigṓnou*), ao invés de τρι-$\underline{n}$-γώνου (*tri-*$\underline{n}$*-gṓnou*). Além disso, incluímos reproduções, preparadas por nós, dos diagramas presentes na edição crítica de Heiberg.

Bibliografia

KNORR W.R., 1976. Archimedes and the measurement of the circle: A new interpretation. **Arch. Hist. Exact Sci. 15**, 115–140.

HEIBERG J. L. (Ed.), 1972. **Archimedis Opera Omnia Volumen I**, Bibliotheca scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana (Série), Berlim, Boston, De Gruyter.

HEATH, T.L., 2002. **The Works of Archimedes**, New York, Dover Publications.

Guilherme Luiz Grudtner
Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência - Instituto de Filosofia e Ciências Humanas – UNICAMP – Campinas – Brasil
Email: g192897@dac.unicamp.br

Fábio Maia Bertato
Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência – UNICAMP – Campinas – Brasil
Email: fbertato@unicamp.br

Itala M. Loffredo D'Ottaviano
Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas – UNICAMP – Campinas – Brasil
Email: itala@unicamp.br

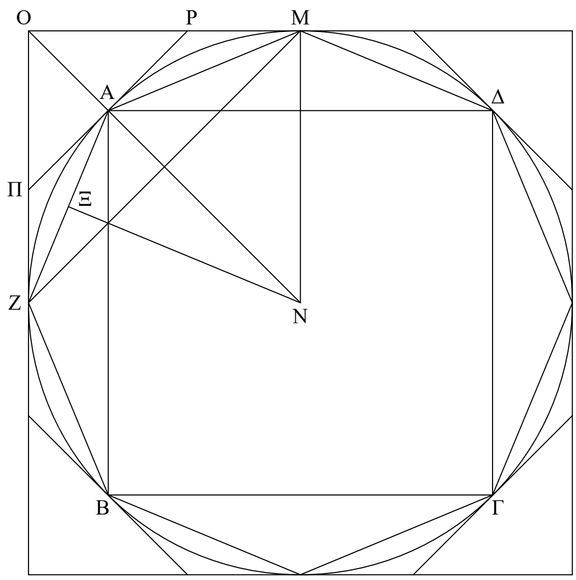

Diagrama - Proposição I.

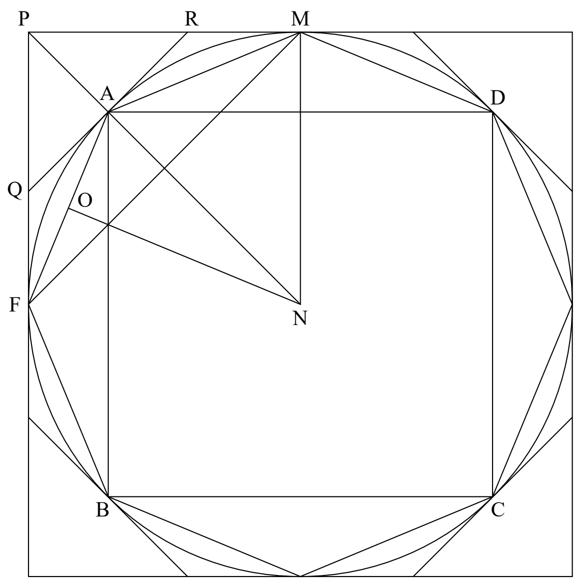

Diagrama - Proposição I (no alfabeto latino).

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ

232 α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε, ὡς ὑπόκειται· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου· τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν καὶ κάθετος ἡ ΝΞ· ἐλάσσων ἄρα ἡ
234 ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου· ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου· ὅπερ ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων τοῦ Ε τριγώνου, καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ. ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστὶν μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ ΡΑ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον τοῦ Ε ἐστὶν ἔλασσον· ὅπερ ἄτοπον· ἔστιν γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου, ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

A Medida do Círculo

[Proposição] I

Todo círculo é igual a um triângulo retângulo, do qual um dos [lados] ao redor do [ângulo] reto é igual ao raio, e a base, ao perímetro [do círculo].

Leve-se o círculo ABCD ao triângulo E, como proposto. Digo que são iguais.

Se, pois, possível, seja maior o círculo [que o triângulo]. Inscreva-se o quadrado AC, seccionem-se os arcos em duas partes [iguais], e [assim por diante] até que sejam as partes seccionadas [como um todo] menores que a diferença que excede o círculo do triângulo. A figura retilínea, portanto, já é maior que o triângulo. Tome-se o centro N e a perpendicular NO. Assim, NO é menor que o lado do triângulo. E o perímetro da figura retilínea é menor que o [lado] restante, pois [é menor] que o perímetro do círculo. Logo, a figura retilínea é menor que o triângulo E, o que [é] absurdo.

Seja o círculo, se possível, menor que o triângulo E. Circunscreva-se o quadrado, seccionem-se os arcos em duas partes [iguais] e tracem-se as retas tangentes aos pontos. Portanto, o ângulo PAR é reto. Logo, PR é maior que MR, pois RM é igual a RA. Portanto, o triângulo RPQ é maior que a metade da figura PFAM. Deixem-se os segmentos [circulares] semelhantes a QFA menores que a diferença que excede o [triângulo] E do círculo ABCD. Logo, a figura retilínea circunscrita ainda é menor que o [triângulo] E, o que é absurdo. É, portanto, maior, pois NA é igual à perpendicular do triângulo e o perímetro é maior que a base do triângulo. Então, o círculo [é] igual ao triângulo E.

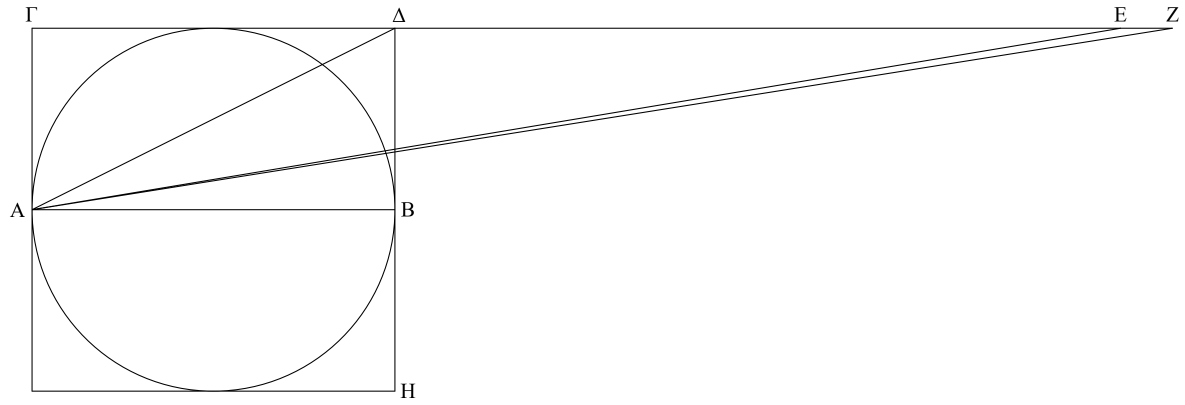

Diagrama Proposição II.

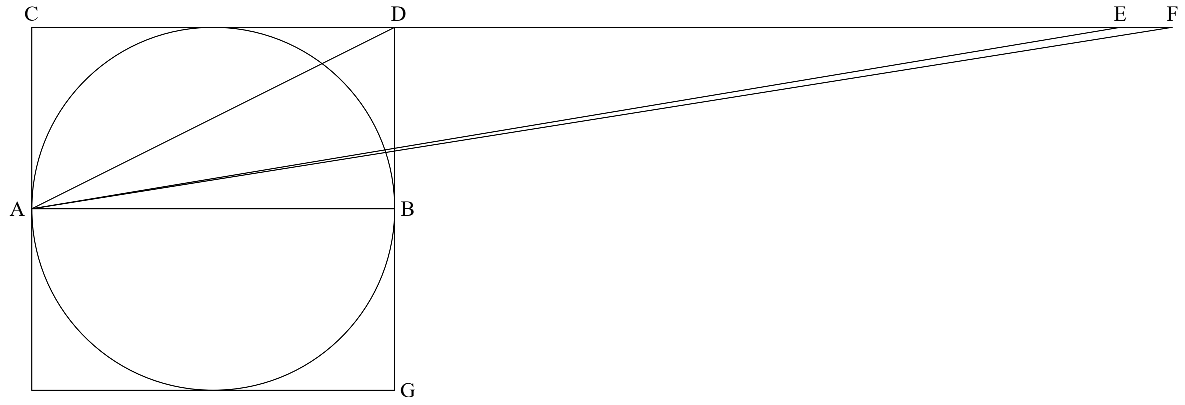

Diagrama Proposição II (no alfabeto latino).

β'

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ι̅α̅ πρὸς ι̅δ̅.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗ, καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ ἡ ΔΕ, ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κ̅α̅ πρὸς ζ̅, πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν, τὸ ΑΓΖ πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστίν, ὡς κ̅β̅
236 πρὸς ζ̅. ἀλλα τοῦ ΑΓΔ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον, τὸ δὲ ΑΓΔΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν <ἐπεί ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τῷ ζ' ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται>· ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ι̅α̅ πρὸς ι̅δ̅.

[Proposição] II

O círculo para o quadrado do diâmetro tem uma razão, como [aproximadamente] 11 para 14.

Seja um círculo, cujo diâmetro é AB, circunscreva-se o quadrado CG, [seja] DE o dobro de CD e [seja] EF a sétima parte de CD. Visto que ACE para ACD tem uma razão, como 21 para 7, ACD para AEF tem uma razão, como sete para um, então, ACF está para ACD, assim como 22 para 7. Mas, o quadrado CG é o quádruplo de ACD. O triângulo ACDF é igual ao círculo AB <pois, a perpendicular AC é igual ao raio, e a base, excedendo o triplo do diâmetro em 1/7 [do diâmetro], [é] aproximadamente [igual ao perímetro do círculo], como será demonstrado>. Então o círculo para o quadrado CG tem uma razão, como [aproximadamente] 11 para 14.

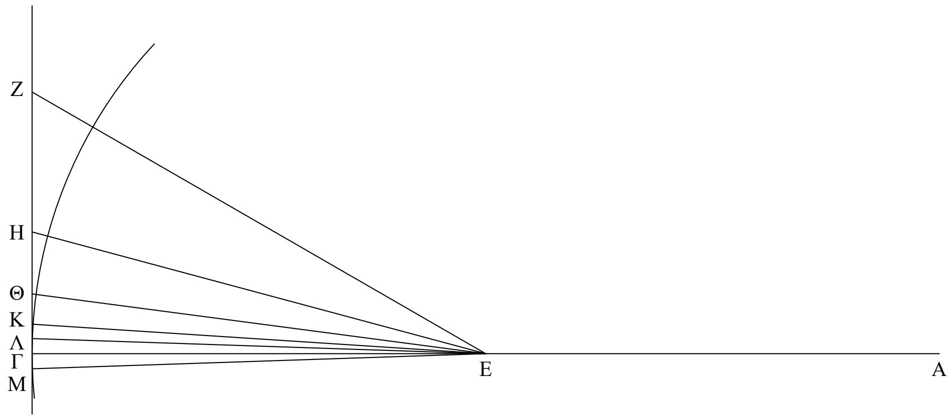

Diagrama I, Proposição III.

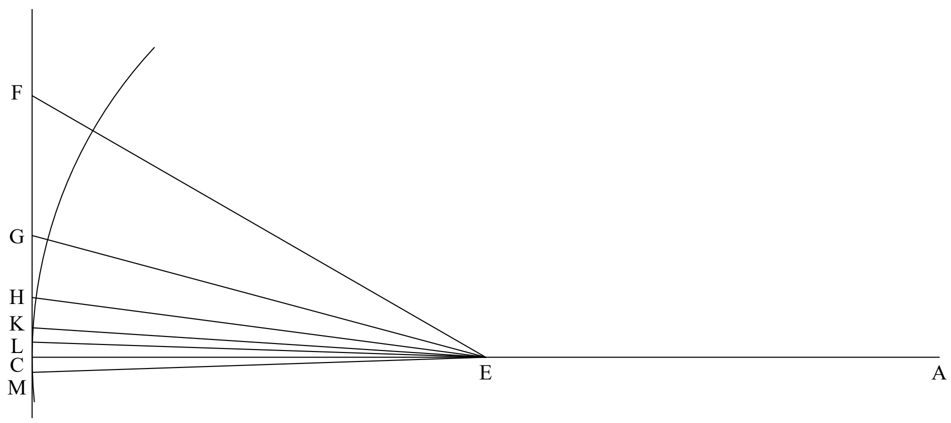

Diagrama I, Proposição III (no alfabeto latino).

[7] γʹ

[8] Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου [9] τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ [10] μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα [11] ἑβδομηκοστομόνοις.

[12] ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ καὶ κέντρον τὸ [13] Ε καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου [14] ὀρθῆς· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τϛ πρὸς [15] ρνγ, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς <τὴν> ΓΖ λόγον ἔχει, ὃν σξε [16] πρὸς ρνγ. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· [17] ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ <καὶ [18] ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι>. ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, [19] ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥστε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ [20] μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ φοα πρὸς
238 ρνγ. ἡ ΕΗ ἄρα [1] πρὸς ΗΓ δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν $\overset{\lambda\delta}{\mathrm{M}}$ ͵ϑυν πρὸς $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ ͵γυϑ· [2] μήκει ἄρα, ὃν φϟα ηʹ πρὸς ρνγ. πάλιν δίχα ἡ ὑπό [3] ΗΕΓ τῇ ΕΘ· διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ [4] μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵αρξβ ηʹ πρὸς ρνγ· ἡ ΘΕ ἄρα [5] πρός ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵αροβ ηʹ πρὸς ρνγ. [6] ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ· ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς [7] ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵βτλδ δʹ πρὸς ρνγ· [8] ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα ἢ ὃν ͵βτλϑ δʹ πρὸς [9] ρνγ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ· ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς [10] ΛΓ μείζονα <μήκει> λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ͵δχογ ∠ʹ πρὸς [11] ρνγ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου οὖσα ὀρθῆς [12] τέτμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΛΕΓ ὀρθῆς ἐστι μηʹ. [13] κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· ἡ ἄρα [14] ὑπὸ ΛΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδʹ. καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα [15] τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώ-
240 νου πλευρὰ πλευρὰς [1] ἔχοντος ϟϛ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ ἐδείχθη [2] μείζονα λόγον ἔχουσα ἤπερ ͵δχογ ∠ʹ πρὸς ρνγ, ἀλλὰ [3] τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΛ διπλασίων ἡ [4] ΛΜ, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ϟϛ γώνου

[Proposição] III

O perímetro de todo círculo é o triplo do diâmetro e [o] excede, além disso, em menos que a sétima parte do diâmetro, e em mais que dez setenta e um avos [do mesmo].

Sejam, um círculo [com] diâmetro AC e centro E, CLF a [reta] tangente ao círculo e o ângulo FEC, um terço do [ângulo] reto. Portanto, EF para FC tem uma razão, como 306 para 153; e EC para CF tem uma razão, como 265 para 153. Seccione-se o ângulo FEC em duas partes [iguais] com EG. Logo, como FE para EC, FG está para GC < permutando e somando >. Então, como a soma FE [e] EC para FC, EC [está] para CG. Logo, CE para CG tem uma razão maior que 571 para 153. Portanto, EG para GC tem uma razão ao quadrado, como 349450 para 23409, em magnitude, portanto, como $591\frac{1}{8}$ para 153. Novamente, [seccione-se] em duas partes [iguais] o [ângulo] GEC com EH. Do mesmo modo, portanto, EC para CH tem uma razão maior que $1162\frac{1}{8}$ para 153, logo, HE para HC tem uma razão maior que $1172\frac{1}{8}$ para 153. Ainda, [seccione-se] em duas partes [iguais] o [ângulo] HEC com EK. Então, EC para CK tem uma razão maior que $2334\frac{1}{4}$ para 153. Logo, EK para CK [tem uma razão] maior que $2339\frac{1}{4}$ para 153. Ainda, [seccione-se] o [ângulo] KEC em duas partes [iguais] com LE. Portanto, EC para LC tem uma razão < em magnitude > maior que $4673\frac{1}{2}$ para 153. Então, como o [ângulo] FEC é a terça parte de um ângulo reto [e] foi seccionado em duas partes iguais por quatro vezes, o [ângulo] LEC é $\frac{1}{48}$ de um [ângulo] reto. Coloque-se no [ponto] E, sob CEM, um [ângulo] igual a este [ângulo LEC]. Logo, o [ângulo] LEM é $\frac{1}{24}$ de um [ângulo] reto. E, portanto, LM é lado de um polígono, que possui 96 lados, ao redor do círculo.

5 περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ $\overline{\text{δ͵χογ}}$ ∠' πρὸς 6 $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$ $\overline{\text{δ͵χπη}}$. καί ἐστιν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν $\overline{\text{χξζ}}$ ∠', 7 ἅπερ τῶν $\overline{\text{δ͵χογ}}$ ∠' ἐλάττονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον· ὥστε 8 τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ 9 τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον· 10 ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων 11 ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Como já foi demonstrado, EC para CL tem uma razão maior que 4673½ para 153. Mas, AC [é] o dobro de EC e LM [é] o dobro de CL, logo, AC para o perímetro do [polígono] de 96 lados tem uma razão maior que 4673½ para 14688. [O perímetro] é o triplo [de AC] e [o] excede em 667½, que é menor que a sétima parte [de 4673½]. Portanto, o polígono ao redor do círculo é três vezes maior que [o diâmetro], e menor que [mais] a sétima parte [do diâmetro]. Logo, ademais, o perímetro [do círculo] é menor que o triplo [do diâmetro] mais a sétima parte [do diâmetro].[1]

[1]Não se sabe qual o método utilizado por Arquimedes para se obter essas aproximações iniciais. Para uma discussão de algumas possibilidades, ver (KNORR, 1976) e (HEATH, 2002).

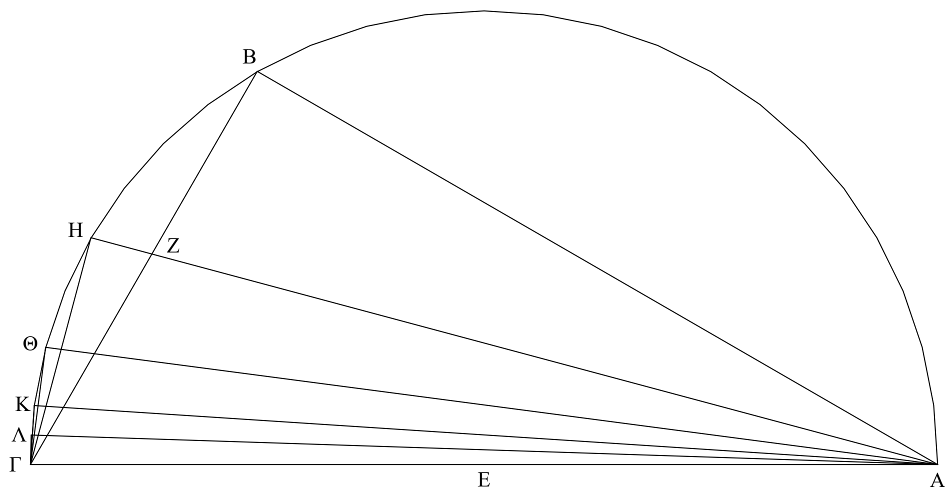

Diagrama II, Proposição III.

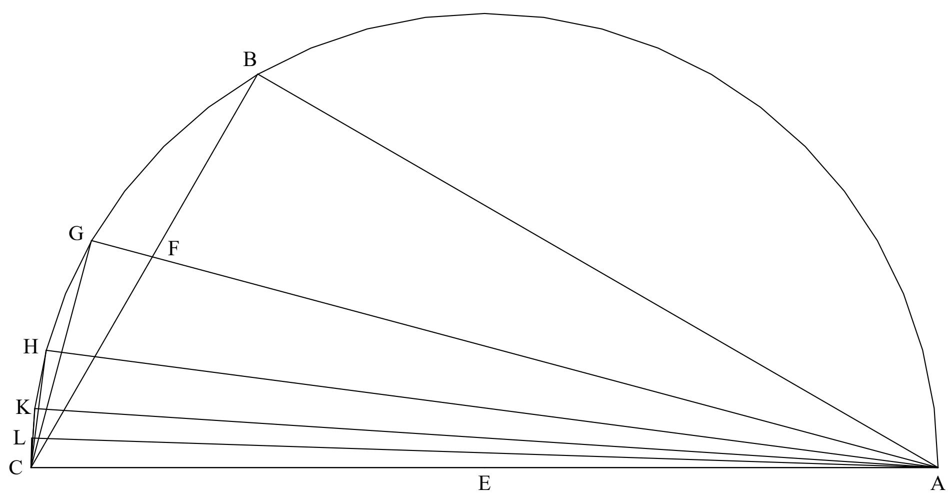

Diagrama II, Proposição III (no alfabeto latino).

[12] ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ [13] τρίτου ὀρθῆς· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον [14] ἔχει ἢ ὃν ͵ατνα πρὸς ψπ <ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν [15] ͵αφξ πρὸς ψπ>. δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν [16] ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ [17] ὑπὸ ΗΑΓ, καὶ ἡ υπὸ ΗΓΒ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ ἐστὶν ἴση. [18] καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή· καὶ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ [19] τρίτῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ [20] ΓΗΖ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ [21] πρὸς ΗΖ καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, [22] <καί> συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΒΓ· καὶ ὡς [23] συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. διὰ [24] τοῦτο οὖν ἡ ΑΗ πρὸς <τὴν> ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει [25] ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν

242 ΓΗ [1] ἐλάσσονα ἢ ὃν ͵γιγ ∠' δ' πρὸς ψπ. δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ [2] ΑΘ· ἡ ΑΘ ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν ΘΓ ἐλάσσονα [3] λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵εϡκδ ∠' δ' πρὸς ψπ ἢ ὃν ͵αωκγ [4] πρὸς σμ· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ ιγ'· ὥστε ἡ ΑΓ [5] πρὸς τὴν ΓΘ ἢ ὃν ͵αωλη θ ια' πρὸς σμ. ἔτι δίχα [6] ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ· καὶ ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΓ [7] ἐλάσσονα <ἄρα> λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵αζ πρὸς ξς· ἑκατέρα γὰρ [8] ἑκατέρας ια μ'. ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς <τὴν> ΚΓ ἢ ὃν ͵αθ ς' [9] πρὸς ξς. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ· ἡ ΑΛ ἄρα [10] πρὸς <τὴν> ΛΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵βις ς' [11] πρὸς ξς, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα ἢ τὰ ͵βιζ δ' [12] πρὸς ξς. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου [13] πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ͵ςτλς [14] πρὸς ͵βιζ δ', ἅπερ τῶν ͵βιζ δ' μείζονά ἐστιν ἢ [15] τριπλασίονα καὶ δέκα οα'· καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ [16] ϟς γώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων [17] ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ῑ οα'· ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι [18] μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ῑ οα'.

Sejam, um círculo [com] diâmetro AC e o [ângulo] BAC um terço de um [ângulo] reto. Então, AB para BC tem uma razão menor que 1351 para 780 < e AC para CB [tem uma razão], como 1560 para 780 >. [Seccione-se] o ângulo BAC em duas partes [iguais] com AG. Portanto, visto que o [ângulo] BAG é igual ao [ângulo] GCB e também [é igual] ao [ângulo] GAC, o [ângulo] GCB é igual ao [ângulo] GAC. O [ângulo] reto AGC é comum. Logo, o terceiro [ângulo] GFC é igual ao terceiro [ângulo] ACG. Então, o [triângulo] AGC [é] equiângulo ao [triângulo] CGF. Portanto, como AG para GC, assim estão CG para GF e AC para CF. Mas, como AC está para CF, < também > [está] a soma CAB [CA mais AB] para BC. E, então, como a soma BAC [BA mais AC] para BC, também AG está para GC. Por isso, AG para GC tem uma razão menor que 2911 para 780 e AC para CG [tem uma razão] menor que $3013\,{}^1/_2\,{}^1/_4$ para 780. [Seccione-se] o ângulo CAG em duas partes [iguais] com AH. Do mesmo modo, AH para HC tem uma razão menor que $5924\,{}^1/_2\,{}^1/_4$ para 780 ou 1823 para 240, pois, cada um [destes é], de cada um [daqueles], ${}^4/_{13}$. Portanto, AC para CH [tem uma razão menor] que $1838\,{}^9/_{11}$ para 240. Ainda, [seccione-se] o ângulo HAC em duas partes [iguais] com KA. AK para KC tem uma razão menor que 1007 para 66, pois, cada em [destes é], de cada [daqules], ${}^{11}/_{40}$. Logo, AC para KC [tem uma razão menor] que $1009\,{}^1/_6$ para 66. Ainda, [seccione-se] o ângulo KAC em duas partes [iguais] com LA. Então, AL para LC tem uma razão menor que $2016\,{}^1/_6$ para 66 e AC para CL [tem uma razão] menor que $2017\,{}^1/_4$ para 66. Inversamente , portanto, o perímetro do polígono para o diâmetro [do círculo] tem uma razão maior que 6336 para $2017\,{}^1/_4$, a qual é maior que o triplo de $2017\,{}^1/_4$ mais ${}^{10}/_{71}$ [de $2017\,{}^1/_4$]. Logo, o perímetro do [polígono] de 96 lados [inscrito] no círculo é o triplo do diâmetro e maior que $^{10}/_{71}$ [do diâmetro]. Então, [o perímetro do] círculo é, ademais, maior que o triplo do diâmetro [mais] $^{10}/_{71}$ [do diâmetro].

[19] ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου [20] τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, [21] μείζονι δὲ ἢ ῑ οα' μείζων.

Portanto, o perímetro do círculo é menor que três vezes o diâmetro [mais] a sétima parte [do diâmetro], porém [é] maior [que três vezes o diâmetro mais] $^{10}/_{71}$ [do diâmetro].