Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 6 nº 11 (abril/2006 - setembro/2006) - pág.97-108
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

ONZE AVOS, DOZE AVOS, ... DE ONDE VEM ESTE TERMO AVO?

Eduardo Sebastiani Ferreira
UNICAMP - Brasil

(aceito para publicação em janeiro de 2006)

Resumo

O termo *avo*, que aparece na designação das frações a partir do *um onze avos*, não tem até hoje uma explicação na história da matemática, pelo que eu saiba. Numa busca em dicionários e enciclopédias, constatei que veio do *oitavo*. Somente no espanhol, que o adotou como sufixo, e no português, que o emprega como palavra na designação de frações cujos denominadores são maiores que dez, é feito uso desse termo. Minha hipótese, a qual sustento neste trabalho, é que o termo deriva do harmônico pitagórico *oitava* - em grego, "διαπασϖν", isto é, *diapason* -, que chegou à Espanha pelos árabes e foi latinizado, chegando, também, a Portugal.

Palavras-chave: Avo. Historia da numeração

Abstract

The origin of the term "avo", which in Portuguese is used for the designation of fractions starting with one eleventh ("onze avos"), does not seem to have an explanation in the history of mathematics, as far as I know. After a search in dictionaries and encyclopedias, I could find out that its origin is the word "oitavo" (one eight). The only languages to have adopted it are the Spanish, as a suffix, and the Portuguese languages, the latter having it as a word for the designation of fractions whose denominators are greater than ten. My hypothesis, which I sustain in this work, is that the term drives from the Pythagorean harmonic octave - "διαπασϖν" in Greek, that it diapason – which was introduced in Spain by the arabs and later latinized, arriving eventually in Portugal.

Keywords: Avo. Numbers history

Introdução

O curso de aperfeiçoamento para professores do ensino fundamental de matemática do LEM/UNICAMP consta de vários módulos, seguindo, mais ou menos, as disciplinas de licenciatura em matemática. Fui encarregado das aulas iniciais de cada módulo para dar, de cada um deles, uma visão histórica. No módulo de Álgebra, uma professora apresentou a pergunta, que é o título deste trabalho, feita por um aluno da quinta série. Eu — como faço sempre que não temos de imediato uma resposta — disse que era uma convenção dos matemáticos. Mas prometi pesquisar a razão de os matemáticos terem adotado esta convenção. Parti, então, para minha pesquisa em livros de história da matemática, enciclopédias, livros didáticos de várias épocas e, principalmente, na internet. Mas recorri, também, a vários amigos, que de alguma maneira poderiam me ajudar; quero deixar aqui seus nomes como uma forma de agradecimento: Ubiratan D'Ambrósio, João Bosco Pitombeira, Joaquim Brasil Fontes, Alexandre de Faria, Carlos Sá, Marcio Martino, Maria Julieta Ormastroni, Circe Dynnikov, Gert Schubring e Fábio Bertato. Todos eles me trouxeram alguma forma de ajuda nas suas especialidades, mas devo a eles o meu agradecimento principalmente pelo incentivo em continuar com a pesquisa.

O Início das Minhas Pesquisas.

Minha primeira busca, como é sempre o caminho de uma pesquisa análoga, foi tentar achar nos dicionários e enciclopédias o termo *avo.* Tanto no Dicionário Aurélio como na Enciclopédia Houssais encontra-se, de maneiras análogas, o seguinte: [" Da terminação de oitavo, entendido como um substantivo que indicasse parte alíquota: oit´avos. Fração de unidade quando dividida em mais de dez partes iguais, porém não em número potência de dez. Ex: 1/12 – um doze avos; 3/12 – três doze avos. [Us. Quase só no pl.]"]

Parti, então, para os livros didáticos portugueses antigos. O primeiro que consultei foi: *Nova Escola para Aprender a Ler*, *Escrever e Contar*, escrito pelo calígrafo Manoel de Andrade de Figueiredo, em 1722. Este livro veio para o Brasil junto com a Biblioteca Real Portuguesa, na fuga de D. João VI, e encontra-se hoje na Biblioteca Nacional, na seção de obras raras. Iniciei minha pesquisa com esta obra por já tê-la analisado e, portanto, conhecer razoavelmente seu conteúdo. Além disso, era a obra mais antiga em português que tinha à mão.

Na página 127 da referida obra, quando o autor introduz o processo de multiplicação de frações, ao qual ele chama de "Multiplicar quebrados", lemos:

> Esta espécie de multiplicar quebrados se faz por 3 modos. O primeiro he, quando se multiplica hum quebrado pelo outro. O segundo he, quando se multiplica inteiros, e quebrado por inteiro. O terceiro, quando se multiplica inteiro com quebrados com quebrados, por inteiro, ou inteiro, e quebrado.
>
> Quando se multiplica quebrado por quebrado, he como v.g. comprey $\frac{2}{3}$ de panno a $\frac{3}{4}$ de cruzado o côvado, para fazermos esta conta multiplicaremos os quebrados, hum pelo outro, dizendo: 3. vezes 4. são 12. e assim diremos, que

> importaõ as $\frac{2}{3}, \frac{6}{12}$ avos. Que he meyo, e claro esta, que si o côvado he a $\frac{3}{4}$ de cruzado, que saõ 300. reis, $\frac{2}{3}$ saõ 200. reis.(grifo meu)

No texto acima, aparece, quando o autor mostra como se multiplica frações, o que ele chama de "Multiplicar Quebrados" (p. 127). Grifei onde ele escreve " $\frac{4}{12}$ avos" . Na mesma obra, página 129 Figueiredo refere-se aos autores que consultou para este assunto:

> O repartir quebrados se faz por muitos modos, como vemos em o Licenciado Ruy Mendes nosso Portuguez, em Moya Espanhol, que nestas regras de quebrados se alargáraõ mais que os outros Autores; porém como o meu intento he fugir á confusaõ, trataremos só do que me parece he o basta para os principiantes, ...

Infelizmente, até hoje não encontrei as obras dos autores acima citados.

Fui à busca, então, de livros didáticos portugueses mais antigos. Encontrei na Biblioteca da Universidade do Porto uma cópia do livro *Tratado da Pratica de Darismetyca* de Gaspar Nycolas, numa edição fac-similada, impressa em 1519 ; [no fol. 20], quando trata de soma de frações, temos:

> Enrempezo digo que pero assomar $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{8}$ e $\frac{2}{3}$ ozaasoma logo $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$ e faraz huu enteyro $\frac{11}{20}$ auos como dito he ozaasoma $\frac{5}{8}$e $\frac{2}{3}$ e faraz huu enteyro e $\frac{7}{24}$ auos: ora asomaos com os $\frac{11}{20}$ auos q temandey guardar onde dirás. 7.vezes. e o 20 asm. 140. e oza multipica a outra cruz. e. 11 vezes. 24. e sam, 264. ajuntaos com. 140. e sam. 404. parteos por. 20.vezes. 24. que sam 480. e bem vezes que se nom podem partyr. Porem trazeos a menos demeniuçam e sam $\frac{101}{120}$ auos e tanto dirás q sam as quatro partes de quebrados que asemste afora os dous enteyros que se vieram em partiçam. Se quiseres prouar faze da meneyra que te atrás as mostrey.

O livro de Nycolas (ou Nicolas) é considerado pelos historiadores como a primeira obra matemática impressa escrita em língua portuguesa.

Nesta edição, Luiz Mendonça de Albuquerque, em uma nota introdutória sobre o autor e a obra, faz referência ao modelo usado por Nicolas para escrever seu livro:

> Para compor o seu tratado, podia Gaspar Nicolas inspirar-se em vários textos sobre a matéria que, desde 1472, se imprimiram com uma regularidade só talvez

excedida pela das edições do Tratado de Esfera, de João de Sacrobosco, que fora quase universalmente adoptada pelas classes do quadrívio. Conhecem-se cerca de quarenta tratados de arimética publicados desde aquele ano até 1519 - anónimos ou assinados por eruditos e por mercadores, com títulos variados e redigidos não só em latim como em línguas vulgares, sendo a italiana a mais usada.

Seria demasiadamente trabalhoso, por não haver biblioteca que reúna todos esses volumes, averiguar qual deles foi tomado por modelo no tratado português, se o mesmo Gaspar Nicolas o não declarasse no corpo do texto. Encontra-se essa informação, pela primeira vez, no fol. 51 r., onde o autor diz:

"Faze como na passada a soma todos estes números de eu fezestes mençam e a soma por menos huu dos companheyros, segundo Lucas de burgo frade de sam framsico."

A referência repete-se no fol. 55 v., e com por menor de interesse, pois Gaspar Nicolas reconhece aí ter recorrido amiúde ao autor que cita:

"[...] há tal regra nam se poderá fazer por esta via mays antes por outra como logo veras segundo Frey lucas frade de sam Francisco que foy nesta arte grande mestre que copilou e compôs huua obra darismetica e geometria. s. decraron. 11 lyuros de geometria 24 darismetica de euclides e he de muyta authoridade e chamasse ho somario desta obra ho frade eu delle tyrey muytas destas questões que ho meu engenho nom abastava há fazer obra sem primeyro ho nom veer muyto bem"

António Ribeiro dos Santos louvou-se nestes dias dois passos para admitir a existência de um Frei Lucas, da ordem dos frades menores e português, que teria composto um Livro de Arimética e Geometria, talvez – concluía Ribeiro dos Santos – a tradução dos Elementos de Euclides ("Memmoria sobre alguns matemáticos protugueses, etc" Idem, vol. VIII, Lisboa, 1812, pp. 148-229).

Enganou-se, porém, o erudito autor da "Memória sobre alguns matemáticos portugueses": o Frei Lucas de Burgo referido naquelas duas citações de Nicolas era, na verdade, Frei Lucas Paciuolo (também Paioli e, em Latim, Patiulus), nascido em Borgos (e não Burgo) de San Sepolcro entre 1450 e 1455, e falecido pouco depois de 1509; a segunda citação do tratado português visa, sem dúvida, a Suma de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita saída do seu punho (Veneza, 1494), grosso incunábulo de 308 fólios, com uma parte inicial e mais extensa dedicada à arimética, e as folhas finais consagradas à geometria. (D. E. Smith, *Rara Arithmetica*, Boston and London, 1908, pp. 54-58 e 87-89)

Fui, então, à busca do livro de Pacioli, que finalmente consegui encontrar na internet. Compreendi a confusão de Ribeiro dos Santos, pois o livro de Pacioli tem o seguinte cabeçalho: LUCAE DE BURGO SUMA DE ARITHMETICA / GEOMETRIA PROPORTIONI E PROPORTIONALITA

Pacioli publicou seu livro em 1494 – *Suma de Arithmetica, Geometria, Proprortioni e Proportionalita* —em italiano, o que era raro na época. Apresento aqui um trecho desse livro, que foi traduzido por Fábio Bertato:

FOLIO 48V

Ma dal.10.insu p. altro modo se costuma dire: cioe che sempre prima cel releuarsi, dicemo el nûero disopra del la riga e poi îmediate dicemo a. llo disotto. Giõgnendoicisempre questa syllabica adiectione Esimi. [...]Unde acio meglio intêda metiamo vn numero magior de. 10. e sai. 12. che sai stato partiore di qualche altro numero che li sai del partimento auançato qualche quantita che habia

> a essere vna o piu´partidelo îtegro. E metiamo chel numero per fui diaulso sai satato. 17. per 12. neuê. i.e auãçano. 5. Da ponere sopra de vna riga el partitore de sotto in questo modo $\frac{5}{12}$. Elql rotto auoler arleuare: dico che prima dichi quello disopra la riga: cioe. 5. epoi dichi quello disotto: cioe. 12. Elqual ditto súbito agiongnici questa syllabica. Esimi. Si che virrai a p. ferirlo cosi. Cinq3 dodici esimi [...].
>
> Porém do dez para cima costuma-se dizer por outro modo, i.e., que sempre antes de ler e entender o valor, dizemos o número de cima da linha e imediatamente em seguida dizemos aquele debaixo, adicionando sempre o aumento silábico -ésimo. [...] Para melhor compreensão tomemos um número maior que 10. Seja 12 o divisor de qualquer outro número que lhe seja maior em alguma quantidade (que pode ser uma ou mais partes do inteiro) e coloquemos aquele número por ele dividido sendo 17. Dividindo 17 por 12 vê-se que o avança 5, e este colocamos sobre uma linha e o divisor embaixo, desse modo $\frac{5}{12}$. Essa fração lê-se e entende-se : primeiro se diz aquela de cima da linha, i.e., 5, e depois aquela debaixo, i.e.,12, dizendo juntamente aquele aumento silábico -ésimo. Se preferir assim: cinco doze ésimo [...].

No mesmo livro temos um glossário, onde o autor escreve;

> F. 32r: "Anche a partire 5 in 3: avança 2, che posti sopra la riga e 3 di sotto in questo modo $\frac{2}{3}$ dirai ' dói terçi', cioé dele 3 eguali de uno integro le doi. E cosi discorrendo in ogni gran numero che avançasse , che si chiamano 'ésimi' prout latius in parte fractionum dicetur."

Temos, então, que Pacioli usa o termo *ésimo* para frações com denominadores acima de dez e nunca *avos* ou *auos* .

Minha pesquisa voltou-se então para os livros em latim, e o primeiro que consegui foi o de Cardano – *Practica arithmetice & mensurandi singularis*, em que neste livro Cardano usa as frações escritas numericamente; só vai aparecer a maneira de se dizer, quando trata dos harmônicos, no capítulo 37 "De operationibus propostionum", no parágrafo 15:

> *F. 87*
>
> Reducas dés cõsonãtias and supparticularé, aut ad multiplice: tu seis q, octaua dicit diapason, & ê dupla: & com stat 8. vocibus 7. inter vallis, e qbus 2. sunt semitoni, & 5. toni: cû autê trãscendis 8. vocês redeût ad ide excepta [dissertia] duple:ita que nona est quase, secûda & décima ê quase tertia & undecima ê diatessaron, & duodecima est diapête, & quintadecima q est bisdiapason, est quase diapason, unde seductis pimis 8, vocibus habet regula de omnibus vsq in infinitû , ex his est primo tônus [...] $\frac{16}{15}$ & erst sexquiquintadecima...

Cardano usa, então, *quintadécima* para o *quinzeavos* .

Outra fonte de consulta foi a obra de Cajori – *A History of Mathemacial Notations* (p.152-153), em que aparecem algumas maneiras usadas para expressar frações no século XVI, em latim. Em nenhuma delas há termos do tipo: *avos* , *auos* ou *avus* .
Na língua espanhola também se usa a palavra *avo*, mas como sufixo; assim, 1/11 se diz: *onzavo* ou *onceavo,* 1/12 *dozavo* ou *doceavo*, etc.

Como o termo tem origem latina, fui, então, em busca de outras línguas originárias desta, como o francês e o italiano. Entretanto, em francês a terminação para as frações é *ème*; assim 1/12 se diz *douzième de l´unité* (Tannery, J. – *Leçon d´arithmétique*. Théorie et pratique - 1894), ou *un douzième* Em italiano, no livro *De l aithmetica universale* de Guiseppe Unicorno, impresso por Francesco de Francesi em 1598, encontramos a seguinte frase: , "come questo rotto 7/13 dice delle tredeci parti, nelle quali sai duiso uno tutto quelle di sopra sono 7 & se dicono anchora 7 terzidecimi", e hoje, nesta língua se diz, para 1/12 : *dodici su dodici* ou *uno dodicesimo*. Para as línguas não latinas, como o inglês e o alemão, as terminações são: th e tel; assim, 1/11 é dito *eleventh* e *ein elftel,* respectivamente No hebraico, temos o masculino com *ha´erad asar* e o feminino *ha´arat esre*.

Voltei, então, para o latim, onde aparecem várias maneiras de se escrever as frações, mas nenhuma delas usando o *avos*: *unus terciadecimanos* (Oresme, N. – *Algorithmus Proportionum* - ,1869) e *subtertius decimus* (Caranvelis, I – *Mahtesis Biceos* - 1670) . Encontramos, no livro de Fibonacci, termos fracionários, mas diferentes dos termos em português, sem a necessidade da terminação. Por exemplo, na carta 255 do Códice da Real Biblioteca de Borbonica de Nápoles temos: "Pone pro ipso censu rem, et multiplica 30 res per 30, venient 100 res, quae acquantur 30 rebus et dragmis. Tolle ab ultraque parte 30 res, remanebunt 870 res acquales 30 dragmis. Divide ergo 30 per 870, venient $\frac{1}{25}$ dragme pro quantitate rei." (*Apollo – Nii per Geipphilosophi, Mathematicque, - Ioannem Baptistam (1851)*

Porque o Oitavo?

Outra questão importante para esta pesquisa é: por que o oitavo teria dado origem a este termo, e não o sétimo, ou nono?

Minha hipótese é que veio do harmônico pitagórico oitavo. Dos harmônicos pitagóricos: quarta, quinta e oitava, este último é que teve sua maior importância, isto comprovado pelo nome que até hoje permanece para este harmônico em outras línguas:

Espanhol : *octavo*.
Inglês: *octave*.
Alemão: *oktave*.
Italiano: *ottava*.
Francês: *octave*.
Latim: *octavus* (ou, ainda, oriundo do grego *diapason*)

Tem-se, também, nestas línguas vindas do latim, para os outros dois harmônicos: quarta e quinta. . Assim, quarta: francês – *quarte*; inglês – *quarter*; alemão – *quarte*; o mesmo ocorre para a quinta. Quando se trata das frações rítmicas, os nomes vêm nas línguas de origem com os nomes fracionários; somente o harmônico oitavo tem estas denominações acima.

Um pouco da história deste harmônico encontramos no livro de Szabó:

> A oitava se diz em grego διαπασων, propriamente η δια πασων χορδων, o acorde produzido pelo intervalo de todas as (oito) cordas.... Enfim, o primeiro nome da oitava era simplesmente αρμονια, conjunto, quer dizer, conjunto de dois tetra-acordes, pois é a ressonância das duas cordas extremas de dois tetra-acordes ligados, que dá a oitava ... Estes nomes primitivos das três principais consonâncias (oitava, quarta e quinta) são mencionados conjuntamente em um fragmento de Philolaos. (p. 120/121)
>
> Segundo a concepção pitagórica original um diastema (intervalo) musical tinha sempre dois números. Veja como se exprimiu Porphyre a este sujeito em seu comentário à teoria harmônica de Ptolomeu: "A maioria dos Κανονιχοι e dos Pitagóricos fala dos intervalos (διαστηματα) no lugar das relações numéricas (λογοι)" .
>
> Esta citação mostra, então, que na terminologia musical dos pitagóricos, "intervalo" (διαστημα) e "relação numérica" (λογοζ) são conceitos equivalentes. (p. 125)
>
> [...]demarquei dois seguintes pontos:
>
> (1) Os pitagóricos exprimiam os intervalos musicais, como disse anteriormente, por relações numéricas.
>
> (2) Um grande número de testemunhas atesta que eles se utilizavam sempre dos mesmos números para determinar: os três principais intervalos sinfônicos correspondentes sempre às relações numéricas, que são: oitava 12:6 (=2:1), quarta 12:9(=4:3) e quinta 12:8 (=3:2).
>
> No fim da antiguidade Gaudêncio nos relata a experiência que teria permitido a Pitágoras encontrar as relações numéricas dos três principais intervalos musicais:
>
> "Ele estendia uma corda sobre uma régua, chamada de Cânon, onde tinha marcado 12 divisões (monocórdio). Então, começava tocando a corda inteira e sua metade, compreendendo 6 divisões; notava que o tom da corda inteira era sinfônico com o som da metade (12:6) segundo a oitava..." (p.127)
>
> Mas o que quer dizer a palavra diastema, propriamente dita, na expressão διπλασιον διαστημα, "segundo duplo"? Será que neste caso, também, diastema é a "secção do monocórdio interceptada" ; como vimos anteriormente? Não, certamente! A expressão διπλασιον διαστημα, nome da relação numérica da oitava, não pode designar o monocórdio inteiro. Para mim, a única explicação possível desta expressão é que:
>
> A metade do monocórdio, que dizer, o segmento de corda tocado na segunda vez e que dá a oitava, foi tomado como unidade. Comparando com esta unidade, o monocórdio inteiro equivale a um "segmento duplo" . Então, se operamos sobre o monocórdio como um "segmento duplo" , quer dizer, se ressoa primeiramente a corda inteira e em seguida a "unidade" , escolhida pela circunstância (metade do monocórdio), obtemos a consonância da oitava, (p. 142/3, tradução minha)

No livro *Rudimentos Musicais de Euclides*, escrito por Ionne Pena, em grego e latim, de 1557, há várias referências ao harmônico da oitava:

O teorema 10 pode ser traduzido por: “O intervalo oitavo é múltiplo” , um resultado já conhecido pelos pitagóricos, pois ele é composto de uma quarta e uma quinta.

Outros dois livros do século XV que tratam da relação da matemática com a música são: *Boetii de Institutione Arithmetica - De Instituione Musica- Libri Quinque*, de Anicci Manlii Torquati Severini, onde o autor comenta o livro de Boecio (480 - 524) sobre a aritmética e a música e *Arithmetica et Musica*, de Jacques Lefèbre d´Éstapes, publicado em Paris em 1496, por Ionnes Higman : Wolfgangus.

Um livro que gostaria de comentar mais detalhadamente, que me ajudou bastante na certeza de minha tese, é *Filosofia de la Matemática* (Meditation Proemialis), de Caramuel. Esta obra tem seu original em latim, publicado em 1670, e uma tradução para o espanhol coordenada por Julián Velarde Lombraña.

Na página XLVI o autor escreve: “Et quod magis misteris, Musicam et Arithmeticam que convenire in objecto universi fatentur, ultraque, enim speculatur Números, illa à mátria abstractos, hae in fono repertos.” Podemos traduzir : “E o que é mais surpreendente: todo mundo admite que a Música e a Aritmética coincidem quanto ao objeto, pois ambas operam com números; na primeira, dados no som e, na segunda, abstraindo da matéria.” Ele continua mostrando o quanto a música e a aritmética estão correlacionadas, falando muito do harmônico da oitava. Mais adiante, na página LXXVII, escreve: “O número, vindo do som, é considerado na Música, pois esta ciência não faz abstração da matéria sensível.” (tradução minha)

Vou citar, também, o *Cours Développe d´Algèbre Élémentaire*, de Lefebvre. O autor comenta sobre o enciclopedista Varron (116 -127), escrevendo que ele foi:

> o mais erudito dos romanos e o mais fecundo dos escritores latinos, consagrou às Músicas algumas das quinhentas obras: apenas um ou dois de seus escritos chegaram até nós, mas sentimos pouco a perda de livros como *De principis numerorum*, provavelmente de um valor científico, que não podemos negligenciar. Preferimos ter seu *Novem libri disciplinarum*, onde ele dá o programa do ensino: as três ciências já introduzidas, antes dele, nas escolas da Itália, a gramática, a retórica e a dialética, ou lógica; ele anexa quatro outras, que vieram por muito tempo das próprias escolas gregas: a aritmética, a geometria, a astronomia e a música. São os sete ramos que constituíram as sete artes liberais, *artes liberales*. Com o nome de *trivium* e *quadrivium*, elas perpetuaram nas escolas romanas da decadência, e depois, através da Idade Média e da Renascença e mesmo em todas as escolas do ocidente até o século XVII. (tradução minha)

Desta citação se pode perceber a importância da música na escolaridade ocidental e mesmo sua ligação com a matemática, o que confirma minha hipótese.

Porque aparece somente em Espanhol e em Português?

Outra questão que me deixou intrigado nesta pesquisa: Por que somente na Espanha e em Portugal, e não em outras línguas latinas, usaram o *avo*?

Encontrei uma resposta possível, também no livro de Caramuel. Nas páginas LXXII e LXXIII o autor descreve como foi introduzida a numeração indo-arábica na Espanha. Em 1240 o príncipe espanhol Alfonso, filho de Fernando, interessou-se pela astronomia e fez irem para Toledo grandes sábios sarracenos, que, juntamente com alguns judeus, em 1252, construíram as famosas Tábuas Afonsinas de astronomia.

> Para que, em todos os aspectos, as tábuas fossem novas, perfeitas e claras, omitindo os antigos e os cansativos modos de se expressar números mediante letras imperantes na Europa, Alfonso ordenou expor os cálculos com os caracteres árabes, para que resultassem mais breves e mais fáceis. Estas tábuas foram acolhidas com tanto zelo que, como diz Kircher, todos queriam copiá-las. E, por esta razão, foram os manuscritos multiplicados em poucos anos (não havia tipógrafos na época), os europeus aprenderam estes caracteres árabes e, dado que resultavam mais cômodos que a forma antiga, os adotaram voluntariamente, os conservaram fielmente e os difundiram com êxito.
>
> Os autores coincidem ao afirmar que foi nesta ocasião que os caracteres árabes passaram da África à Europa e, através da Espanha, aos demais povos da Europa. Assim, Escalégero, em uma carta a Marco Frecher, escreveu: "Servem de argumento os caracteres aritméticos, que faz mais de trezentos anos e alguns mais, nos transmitiram dos árabes." E, um pouco mais adiante: "Os espanhóis foram os primeiros de todos os cristãos que adotaram estes caracteres dos mouros; dos espanhóis, os restantes dos cristãos latinos, e destes, os gregos, se é que os adotaram." E, certamente, desde o ano de 1252, no qual as tábuas apareceram, até o ano de 1606, no qual esta carta de Escalígero, transcorreram 354 anos, isto é, "trezentos e alguns mais" . Grunter em Fax Artium e Hermann Hugo, no opúsculo *De scribendi origine* manifestam estas palavras: "Os caracteres bárbaros dos aritméticos, que agora usamos, têm aproximadamente trezentos anos que nos vieram dos árabes: primeiro, os adotaram os espanhóis dos mouros e , finalmente, todos os latinos dos espanhóis." Lucas Gaurico, em um discurso: *De laudibus Astronomiae*, pronunciado em Ferrara, para podermos compreender a importância destes caracteres árabes, disse: "Na arte de escrever não obtivemos menor proveito dos árabes, junto com muitos judeus, quem nos transmitiu suas invenções, a maior parte das quais se dedicaram na Espanha, com colaboradores do rei Alfonso, a instaurar a Astronomia: Omar, Ali, Abenragel, Geber de Sevilha, Zacuto, Calón Calonimo e muitos outros." Pedro Nunes, no prefácio da *Sphaera* de Juan Sacrobosco, tratando das supertições dos sarracenos, fala, não obstante, dos seus trabalhos em matemática, e escreve: "Os árabes invadiram com força o campo deixado deserto pelos gregos, até o ponto de que propagaram pelo Ocidente e até Espanha esta arte..." O que concorda com o escrito em *Theatrum vitae Humanae*, fol 64, que diz: "Os caracteres bárbaros que chamamos de 'cifra' são mais recentes do que alguns possam pensar; foram introduzidos pela primeira vez na Espanha pelos mouros e comunicados pelos espanhóis às demais províncias da Europa." E, também, colabora com isto o que expõe Mateo Horst no livro *De recta numerandi ratione*. [Todas estas obras são do século XVI]

À pergunta em que ordem foram propagados os caracteres árabes, temos a resposta de Kircher: "Juan de Sacrobosco, a quem menciona Ramus, foi o primeiro que, na França, compôs seus livros com esses caracteres." Certamente, Sacrobosco editou sua *Sphaera* no mesmo ano no qual o rei Alfonso editou sua tábuas, como atestou Riccioli no prefácio de seu *Novum Almagestum*." Nesta minha tradução, usei o termo "caractere" para designar o que no texto original vem como "nota" . O *Dicionário Latino-Português* de Santo Saraiva diz significar: "Sinal de convenção, sinal feito com tinta ou com lápis em manuscrito."

> Vale a pena citar, também, a obra de Wafaaq Salman –*História da música e instrumentos musicais*, na qual o autor se refere à ligação entre a música e a matemática entre os árabes: "Al-Farabi era um bom matemático e físico, e isso possibilitou fazer justiça ao que os árabes chamavam Teoria Especulativa, até mesmo para não repetir os erros dos gregos. Mesmo porque ele era algo mais. Ele era mais do que Themistius podia fazer, assim como Al-Farabi mencionou por ele mesmo.". (tradução minha)

O livro de Fibonacci – *Líber Abaci* —, surgido em 1202 e com uma segunda edição em 1228, não foi muito aceito pelas escolas italianas (Boyer – p.186), e mesmo a numeração indo-arábica recebeu por parte da Igreja Católica uma série de impedimentos: "Nos estatutos da Arte Del Cambio, de 1299, e mesmo mais tarde, os banqueiros de Florença estavam proibidos de usar numerais árabes e eram obrigados a usar os símbolos romanos" (D.J.Stuik – *História Concisa da Matemática*). As tábuas afonsinas, apesar de terem aparecido em 1252, foram logo aceitas e acredito que, por isso, tenham sido elas que de fato contribuíram para a utilização na Europa do sistema de numeração indo-arábico."

"Nos estatutos da Arte Del Cambio, de 1299, e mesmo mais tarde, os banqueiros de Florença estavam proibidos de usar numerais árabes e eram obrigados a usar os símbolos romanos" (D.J.Stuik – *História Concisa da Matemática*). As tábuas foram logo aceitas e acredito que, por isso, tenham sido elas que de fato contribuíram para a utilização na Europa do sistema de numeração indo-arábico.]

No *Diccionário Histórico da Real Academia Española*, na sua edição de 1933, encontramos o seguinte texto sobre *avo*: "....a existência deste termo foi a partir da introdução, na Península Ibérica, da palavra *habba*=partícula do árabe, que sofreu a adaptação *avo*, em Portugal, e *ava*, na Espanha."

Uma outra confirmação de minha tese é o livro: *Histoire des Mathématiques*, tomo primeiro de Montucla (p. 501), em que escreveu o autor:

> Os cristãos ocidentais devem a Gerbert (Papa Silvester II) a tarefa de ter transmitido a aritmética, como fazemos uso hoje. *Abacum certe primus à Saracenis rapiens regulas dedit quoe à sudanitubus Abacistis vix intelliguntur*, disse o historiador Guillaume de Malmebury: esta data da introdução da aritmética árabe aos latinos é ainda confirmada por várias cartas de Gerbert. Existe uma, sobretudo, a 160ª, que parece ser a seqüência de um pequeno tratado sobre esse assunto. Ele escreve que os números vêm tanto na forma de *articulus*, quanto *digitus* e *minutum*, isto é, centena, dezena, unidade; é o que convém para fazer essa aritmética que nós falamos. O editor das cartas de Gerbert disse ter nas mãos o tratado designado aí, e certamente tivemos uma grande perda por não fazer parte deste curioso monumento. Encontramos, ainda mais, um manuscrito na biblioteca do Vaticano e em outras. A data dessa introdução de aritmética árabe entre nós parece ser fixada por volta do ano de 970, ou 980... (tradução minha)

Hipótese Contrária a Minha

Minha busca voltou-se, então, para a etimologia desta palavra *avo*: foi quando achei o *Dicionário Etimológico da Língua Portuguesa*, de José Pedro Machado, que cita um artigo de Leite de Vasconcelos – Revue Hispanique de 1898 - em um Opúsculo, no qual esse autor dá uma explicação epistemológica para o uso do termo. Transcrevo abaixo o texto do dicionário de Machado:

> Avo. s.m. Da terminação de oitavo c.f.: Leite de Vasconcelos – Notas Philológicas, em Revue Hispanique t. V. 1989 pp. 419-420 (Opúsculo, I, pp. 499-500) " É um exemplo de um sufixo se tornar palavra independente: três quinze avos, etc. A escolha recaiu em oitavo porque para o ouvido esta palavra parecia composta de oit(o)+avo: não havia outra nas mesmas condições. Em terço, quarto, quinto, sexto, sétimo, nono, décimo a palavra fundamental está obscurecida, excepto em sexto = seis-to, e sétimo = set-imo, mas nestas não podia prestar-se atenção nem a –to, nem a –timo, por tais terminações serem átonas, o que não acontece com oitavo = oit-ávo. Cfr. sobre o assunto F. Adolfo Coelho: Dicionário Manual Etymológico s.v. avo- Em espanhol também há avo, que o Diccionário da Academia explica inexactamente pelo árabe. Fenômeno que pode comprovar-se com este é o que se observa em quiáltera, [tresquiáltera] e seis quiálteras, lucidamente estudado pelo Sr. Júlio Moreira em Revista Lusitana, IV, 288-289, em sesquiálter imaginou-se entrar na primeira sílaba o número seis, donde seis-quiálteras, e por analogia três-quiálteras, palavras de que se separou, como palavra independente, o elemento quiáltera.

Chasles apresentou na Academie des Sciences de Paris, na seção do dia 26 de junho de 1843, o trabalho: *Histoire de L´Arithmétique; Développments et détails historiques sur divers points du système de l´Abacus* . Nesse trabalho e em um anterior publicado pela Accadémie Royale em Bruxelas (1836), Chasles defende a tese de que o sistema de numeração que usamos era conhecido na Europa, antes da publicação de Fibonacci, e que foi introduzido pelos latinos, com o uso dos ábacos de areia. Ele se baseia no trabalho de Boecio, que morreu em 524, onde aparece já a numeração que conhecemos (Friedlein, p. 397). Esse trabalho não teve grande repercussão nos meios matemáticos da época e nem hoje é reconhecido como um trabalho importante. Os historiadores ainda permanecem com a convicção de que nosso sistema de numeração foi introduzido na Europa por Fibonacci, em 1202.

Ainda não Concluindo

Minha hipótese, então, é que este termo, ou sufixo, *avo* veio do harmônico grego da oitava, foi introduzido na Espanha pelos árabes e de lá para Portugal. Foram somente esses dois países que o adotaram para designar a parte fracionária a partir do décimo. Tenho que continuar com esta pesquisa, apesar de toda minha convicção, pois ainda faltam todos os manuscritos que estão principalmente nas bibliotecas de Évora e da Universidade de Toledo.

Bibliografia

Cajori Florian – *A History of Mathematical Notations* – Dover Publications, Inc. – New York – 1993

Caramuel Juan – *Filosofia de la Matemática (Meditation Proemialis)*- Editoral Alta Fulla – Barcelona – 1989

Cardano, Girolamo – *Practica arithmetice & mensurandi singularis* – Io. Antonius Castellioneus Meiolam Imprimebat: Impensis Bermardini Calusco, 1539 -– (http://www.fondoantiguo.us.es)
Euclide – *Euclidis rudimenta musices*/ Ioanne Pena regio mathemathico interprete- A. Wechelum – Paris – 1557(http://gallica.bnf.fr)
Figueiredo, Manoel de Andrade – *Nova Escola para aprender a ler, escrever, e contar* – Lisboa Occidental – Na officina de Bernardo da Costa Carvalho, Impressor do Sereníssimo Senhor Infante- 1722- (http://bnd.bn.pt/od/html)
Lefèbvre, B. – *Cours développé d´algèbre : precede d´un apercu historique sur les origins des mathématiques* – Namur: A. Wemael-Charlier – 1897-1989 (http://gallica.bnf.fr)
Lefèvre d´Étapes, J. – *Arithmetica et musica/ Jacobus Faber Stapulensis* – ed. Ionnes Higman: Wolfanguns – Paris - 1496 (http://gallica.bnf.fr)
Machado, J.P. – *Dicionário Etimológico da Língua Portuguesa* – 3ª edição – Livros Horizontes – 1977 – p. 358
Nicolas Gaspar – Tratado da pratica Darismetyca – Edições Fac-Similadas – Livraria Civilização – Editora – Porto 1963
Pacioli, Luca – *Somma di aritmética, geometria, proporzioni e proporcionalita* – Venezia: Paganino de Paganini, 20 noviembre, 10 nov. 1494 –(http://www.fondoantiguo.us.es)
Szabó, Á – *Les Débuts des Mathématiques Grecques* – J.Vrin – Paris (1977)
Struik, D.J. – The prohibition of the use of Arabic numerals in Florence – Arch. Inten. Hist. Sci., vol 21, 1968, pp 291-294
Unicorno, Guiseppe – *De l´arithmetica universale* – Impresso por Francesco de Francesci – 1598- (http://gallica.bnf.fr)

Eduardo Sebastiani Ferreira
SHEM – NIEM – IMECC – UNICAMP
Av. Moraes Sales 1027 apt. 73
13010-001 Campinas. São Paulo. Brasil
e-mail: esebastiani@uol.com.br